



Universidade de Aveiro

2016

Departamento de Educação e Psicologia

**Daniela Filipa
Ferreira da Silva**

**A Exploração de Padrões e Regularidades com
Crianças da Educação Pré-Escolar e do 1.º Ciclo
do Ensino Básico**



Universidade de Aveiro
2016

Departamento de Educação e Psicologia

**Daniela Filipa
Ferreira da Silva**

**A exploração de Padrões e Regularidades
com Crianças da Educação Pré-Escolar e do
1.º Ciclo do Ensino Básico**

Relatório de Estágio apresentado à Universidade de Aveiro para o cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Educação Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, realizada sob a orientação científica da Doutora Maria Teresa Bixirão Neto, Professora Auxiliar do Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.”

Paulo Freire

o júri

Presidente

Prof. Doutora Maria Gabriela Correia de Castro Portugal

Professora Associada da Universidade de Aveiro

Prof. Doutora Maria Teresa Bixirão Neto

Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro

Prof. Doutora Isabel Cláudia Nogueira da Silva Araújo Nogueira

Professora Adjunta da Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti

Agradecimentos

À Professora Teresa Neto, pelas palavras, conselhos, orientação e disponibilidade dispensada.

À Professora Vânia Rego e Educadora Fátima Vasconcelos, pela simpatia, apoio, sugestões, e pelas palavras positivas e de encorajamento.

Aos alunos que cooperaram neste estudo.

À Direção da Escola, por ter possibilitado a realização deste estudo.

Às minhas Amigas pela presença, paciência, pelas conversas, companheirismo e principalmente pela amizade. Referencio especificamente a Rita Novo, por termos dado este grande passo sempre juntas, a Liliana Pinto e a Carolina Paiva.

À minha querida irmã, pelo incentivo, amparo, carinho e por acreditar em mim em todos os momentos.

Às minhas amadas sobrinhas pela felicidade proporcionada.

Ao Hugo Goulart pela paciência depositada e por todo o apoio.

À restante família e amigos, pela benevolência.

Palavras-chave

Padrões de repetição, Padrões de crescimento, Pensamento algébrico,
Pré- Escolar, 1.º Ciclo do Ensino Básico

Resumo

O documento de *Organização Curricular e Programas* (ME-DEB, 2004) regula a prática educativa na aprendizagem da matemática. Este documento, no domínio números e operações, expressa de forma clara o envolvimento de padrões, de regularidades, de sequências e de regras. No entanto, embora crianças do Pré-Escolar e do 1.º ano de escolaridade possam beneficiar do desenvolvimento da matemática através da exploração dos padrões, os mesmos só são referenciados, no documento acima referido, a partir do 2º ano de escolaridade. Neste sentido, este estudo tem como foco principal a identificação de estratégias e de dificuldades, relativamente a padrões e regularidades, manifestadas por alunos do Pré-Escolar e do 1.º ano de escolaridade do Ensino Básico. Assim, pretendeu-se dar resposta às seguintes questões de investigação: **(I)** Quais as estratégias dos alunos na resolução de tarefas com padrões? **(II)** Quais foram as dificuldades sentidas pelos alunos na realização de padrões de repetição? e, por fim, **(III)** Quais foram as dificuldades sentidas pelos alunos na realização de padrões de crescimento? Dada a natureza destas questões adotou-se uma metodologia de investigação de natureza qualitativa, tendo sido feita a recolha de dados através de, diário da professora estagiária, gravações áudio, fotografias e resoluções dos alunos.

Os resultados mostram que os alunos manifestaram mais dificuldades nos padrões de crescimento do que nos padrões de repetição, confirmando resultados de estudos já realizados. Tais dificuldades podem surgir devido à complexidade dos padrões de crescimento e, também, por estes serem cognitivamente mais difíceis do que os de repetição. No entanto, foi observável que as crianças possuíam um conhecimento informal dos padrões de repetição, desde o Pré-Escolar e o mesmo não se constatou nos padrões de crescimento. Por sua vez, as estratégias privilegiadas foram as de contagem e das diferenças finitas. As crianças manifestaram dificuldades a nível da linguagem para expressar o raciocínio. Adicionalmente, o nível de generalização alcançado, em todas as tarefas, foi a generalização próxima.

Keywords

Repetition patterns, growth patterns, algebraic reasoning, Pre-school, Basic School, first cycle

Abstract

The document *Organização Curricular e Programas* (ME-DEB, 2004) regulates the educational standard for learning mathematics. This document expresses very clearly, in the domain of numbers and operations, the involvement of patterns, regularities, sequences and rules. However, although Pre-school and 1st grade children may benefit from learning mathematics through pattern exploration; in the document mentioned above, these themes are to be mentioned only during the second grade. The goal of this study is to identify strategies and difficulties in the use of patterns and regularities by pre-school and 1st year students. Here the following questions were asked: **(I)** What are the strategies used by students to solve pattern related tasks? **(II)** What are the main difficulties felt by students when working with repetition patterns? And, lastly, **(III)** What are the main difficulties felt by students when working with patterns of growth? Given the nature of these questions, a qualitative research methodology was used. Data was collected using the intern teacher's diary, audio recordings, photographs, and students' answers to exercises. Results demonstrated that students presented more difficulties in growth patterns than in repetition patterns. As in previous studies, these difficulties may originate due to the complexity of growth patterns and, also because these patterns have a higher cognitive load than repetition patterns. It was possible to observe that children had informal knowledge about repetition patterns since Pre-School, but not about growth patterns. The preferred strategies used by these students were counting and finite differences. Children presented difficulties in expressing their thinking process through the use of language. Additionally, the level of generalization reached, in all tasks, was the proximity generalization.

Índice

Capítulo 1 - Introdução	1
1.1 Pertinência da Investigação	1
1.2 Problema, Objetivo e Questões de Investigação	3
1.3 Organização do Relatório.....	3
Capítulo 2 - Enquadramento teórico	5
2.1 A importância da Matemática nos primeiros anos	5
2.2. Os padrões e regularidades no ensino da Matemática	8
2.2.1 Padrões de repetição	12
2.2.2 Padrões de crescimento.....	14
2.2.3 Estratégias de resolução de tarefas através da exploração de padrões	15
2.3 O desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos através dos padrões	17
2.4. Os padrões nos currículos do Pré-Escolar e do Ensino Básico em Portugal	20
2.4.1. Os padrões na Educação Pré-Escolar	21
2.4.2. Os padrões no 1º Ciclo do Ensino Básico	23
Capítulo 3 - Metodologia de investigação.....	25
3.1 Opções metodológicas.....	25
3.2 Caracterização dos contextos da Prática de Ensino Supervisionada.....	28
3.2.1 Jardim de Infância	28
3.2.2 1º Ciclo do Ensino Básico – 1.º ano	30
3.3 Participantes do Estudo	32
3.3.1 Na Educação Pré-Escolar.....	32
3.3.2 No 1º Ciclo do Ensino Básico – 1.º ano	32
3.4 Instrumentos e Procedimentos de recolha de dados	32
3.4.1 Observação	33
3.4.2. Meios audiovisuais	34
3.4.3 Documentos pessoais	35
3.5 Análise de dados.....	36
3.5.1 Calendarização das intervenções da investigação.....	40
Capítulo 4 – Experiência de Ensino e a Análise e interpretação dos dados	42

4.1 Experiência de Ensino no Pré-Escolar	42
4.1.1 Tarefa-As Mandalas.....	43
4.1.2 Análise e interpretação dos dados	44
4.2 Experiência de Ensino no 1º Ciclo do Ensino Básico – 1º ano	50
4.2.1 Tarefa nº 1 - Colares de repetição.....	50
4.2.2 Análise e interpretação dos dados	52
4.3 Tarefa nº 2 – Colares de repetição com massas.....	60
4.3.1 Análise e interpretação dos dados	61
4.4 Tarefa nº 3 – Objetos que crescem	69
4.4.1 Análise e interpretação dos dados	71
4.5 Tarefa nº 4 – Colares de crescimento com massas	82
4.5.1 Análise e interpretação dos dados	84
4.6 Síntese.....	93
4.6.1 Estratégia de exploração de padrões	93
4.6.2 Dificuldades manifestadas na exploração de padrões de repetição e padrões de crescimento.	95
Capítulo 5 – Considerações finais	97
5.1 Conclusões do Estudo	97
5.1.1 Reflexão final.....	103
5.2 Implicações para a prática pessoal e profissional.....	105
Referências Bibliográficas	110
Anexos	115
Anexo 1 – Registos do diário de bordo.....	116

Índice de figuras

Figura 1 - Planta da sala.....	29
Figura 2 – Crianças a apanhar as pétalas e folhas para a elaboração da Mandala.....	45
Figura 3 – Agrupar as flores e folhas por “família”.....	46
Figura 4 – Apresentação de uma mandala feita pela Educadora.....	46
Figura 5 – Mandalas com a abordagem à estratégia da contagem.....	47
Figura 6 – Mandala com abordagem à estratégia das diferenças finitas.....	48
Figura 7 - Mandala com abordagem à estratégia das diferenças finitas.....	49
Figura 8 - Registo de dois colares com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.....	54
Figura 9 - Registo de dois colares com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.....	55
Figura 10 - Registo de dois colares com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.....	56
Figura 11 - Registo de dois colares com modelo de repetição identificado através da estratégia das diferenças finitas.....	57
Figura 12 - Registo de dois colares com modelo de repetição identificado através da estratégia das diferenças finitas.....	58
Figura 13 - Colar com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.....	64
Figura 14 - Colar com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.....	65
Figura 15 - Colar com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.....	66
Figura 16 - Colar com modelo de repetição identificado através da estratégia das diferenças finitas.....	67
Figura 17 – Colar com nenhum modelo de repetição identificado.....	68
Figura 18 – Enunciado 1 da tarefa nº3.....	71
Figura 19 - Enunciado 2 da tarefa nº3.....	71
Figura 20 – Padrão concluído por ordem decrescente recorrendo à estratégia da contagem.....	74
Figura 20.1 - Não obedece uma estrutura correta de crescimento.....	75
Figura 21 – Padrão concluído recorrendo à estratégia da contagem.....	76
Figura 21.1 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento.....	76
Figura 22 – Padrão concluído recorrendo à estratégia da contagem.....	76
Figura 22.1 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento.....	76
Figura 23 – Padrão concluído recorrendo à estratégia de contagem.....	77
Figura 23.1 - Padrão concluído recorrendo à estratégia de contagem.....	77
Figura 24 - Padrão concluído recorrendo à estratégia de contagem.....	78
Figura 24.1 - Padrão concluído recorrendo à estratégia de contagem.....	78
Figura 25 - Padrão concluído recorrendo à estratégia de contagem.....	78
Figura 25.1 - Padrão concluído recorrendo à estratégia de contagem.....	78
Figura 26 – Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas.....	79
Figura 26.1 - Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas.....	79
Figura 27 - Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas.....	80
Figura 27.1 - Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas.....	80
Figura 28 - Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas.....	80
Figura 28.1 - Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas.....	80
Figura 29 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento.....	81
Figura 29.1 - Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas.....	81
Figura 30 - Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas.....	81
Figura 30.1 - Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas.....	81
Figura 31 – Colar elaborado através da estratégia da contagem.....	87

Figura 32 – Colar elaborado através da estratégia da contagem.....	88
Figura 33 – Colar elaborado através da estratégia da contagem.....	89
Figura 34 – Colar elaborado através das estratégias das diferenças finitas.....	90
Figura 35 - Colar elaborado através das estratégias das diferenças finitas.....	90
Figura 36 - Colar elaborado através das estratégias das diferenças finitas.....	90
Figura 37 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento.....	91
Figura 38 - Não obedece uma estrutura correta de crescimento.....	91
Figura 39 - Não obedece uma estrutura correta de crescimento.....	92

Índice de tabelas

Tabela 1 – Termos associados ao termo padrão.	12
Tabela 2 – Planificação de um dia no Pré-Escolar (sujeito a alterações)	30
Tabela 3 – Horário da turma.....	31
Tabela 4 – Estratégias de exploração de padrões de Orton e Orton (1999).....	38
Tabela 5 – Síntese das questões de investigação e os instrumentos utilizados.....	39
Tabela 6 – Calendarização das intervenções	41
Tabela 7 – Estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos na construção das Mandalas	47
Tabela 8 – Estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos na construção dos colares de repetição	54
Tabela 9 – Estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos na construção dos colares de repetição com massas	63
Tabela 10 – Estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos na tarefa nº3 – Os objetos que crescem	73
Tabela 11 – Estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos na tarefa nº4 – Colares de crescimento com massas.....	86
Tabela 12 – Frequência do uso das estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos....	93

Capítulo 1 - Introdução

Este capítulo encontra-se estruturado em três partes. A primeira parte reflete a pertinência da presente investigação, tendo por base a relevância do tema em contexto curricular. A segunda parte descreve o problema e as questões da investigação. Por fim, a terceira parte deste presente capítulo, conclui com a descrição da organização do relatório.

1.1 Pertinência da Investigação

Explorar o tema do uso dos Padrões – expressão de pensamento matemático - por alunos do Pré-Escolar e do 1.º Ciclo do Ensino Básico é de elevada relevância no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada, uma vez que tarefas que envolvem a criação de padrões estimulam os alunos a apelar a um pensamento superior, nomeadamente, raciocínio e comunicação (NTCM, 2000). Ao longo da vida somos atraídos para as regularidades tentando interpretar situações procurando o termo padrão. Nomeadamente, faz-se referência aos padrões de repetição, estes devem ser trabalhados e explorados por crianças pequenas para que a criança enriqueça o seu pensamento matemático. Orton (2005) faz referência aos padrões de repetição como sendo uma sequência repetida de um determinado número de termos, sendo que esse número é denominado de período do padrão. Os padrões de crescimentos, também devem ser explorados por crianças pequenas, sendo estes referenciados como os mais difíceis a serem explorados pelos alunos. Os autores, Ponte, Matos e Branco, (2009) denominam os padrões de crescimentos como “sequências crescentes que são constituídas por elementos ou termos diferentes. Cada termo na sequência depende do termo anterior e da sua posição na sequência, que designamos por ordem do termo” (p.42).

Especificamente, o trabalho com padrões e regularidades é considerado de elevada importância, na medida em que ajuda os alunos a desenvolverem competências relativamente à Educação Matemática. Como refere Vale, Fonseca, Barbosa, Pimentel, Borralho e Cabrita (2008):

A procura de ordem e de padrões é, pois, uma das forças orientadoras de todo o trabalho matemático com alunos jovens. Esta procura deve ser diversificada e incentivada nos primeiros anos de escolaridade, uma vez que ajuda a desenvolver a observação e a intuição dos alunos (p.6).

Além do uso de padrões encontrar aplicabilidade ao longo da matemática escolar, não se restringe a ela, uma vez que o uso de padrões ocorre em várias formas na vida de todos os dias. Neste sentido, torna-se relevante analisar as estratégias e as dificuldades sentidas pelos alunos na construção dos diferentes tipos de padrões.

O conceito de padrões tem vindo a ser descrito como multifacetado (Vale *et al.*, 2008) uma vez que nem sempre as crianças usam as mesmas estratégias: 'Os alunos terão oportunidade de construir, inventar, compreender e manipular padrões que podem ser representados de várias formas...' (Vale, *et al.*, (2008) citando Goldin, 2002). Neste sentido, tornasse fundamental explorar as estratégias usualmente usadas pelas crianças. Segundo Orton e Orton (1999) é possível identificar diferentes tipos de estratégias durante a realização de padrões, nomeadamente: (1) Método as diferenças finitas; (2) Método de contagem; (3) Método baseado na proporcionalidade direta; e (3) Método linear. Por outro lado, Vale, Fonseca, Barbosa, Pimentel, Borralho e Cabrita (2008) descrevem os padrões ao nível de diferentes tipos de termos, a saber: regularidade, sequência, repetição, generalização, configuração, ritmo e disposição (regra e ordem). Neste estudo, à medida que os alunos vão explorando as tarefas e criando os seus padrões livremente, será possível observar, discriminar e identificar a frequência dos termos acima mencionadas.

A presente investigação, no âmbito da exploração dos diferentes tipos de padrões usados por crianças visa proporcionar vivências gratificantes e valiosas aos alunos, assim como contribui para uma melhor compreensão dos derivados conceitos e termos do padrão.

1.2 Problema, Objetivo e Questões de Investigação

O programa *Organização Curricular e Programas* (ME-DEB, 2004) orienta a prática educativa na aprendizagem da matemática. Segundo este documento, no domínio “Números e Operações” expressa-se de forma clara o envolvimento de padrões, de regularidades, de sequências e de regras. No entanto, embora crianças do Pré-Escolar e do 1.º ano de escolaridade possam beneficiar do desenvolvimento da matemática através do trabalho com padrões, os mesmos só são objeto de exploração no ensino a partir do 2.º ano de escolaridade. Deste modo, a problemática desta investigação foi:

Analisar o modo como a resolução de problemas de tarefas envolvendo padrões e regularidade contribui para a compreensão e aprendizagem de padrões e regularidades de alunos do Pré-Escolar e do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

Assim, o principal objetivo desta investigação foi:

Identificar as dificuldades, bem como as estratégias dos alunos do Pré-Escolar e do 1.º ano de escolaridade relativamente à resolução de tarefas envolvendo padrões de repetição e de crescimento.

Para alcançar este objetivo, pretendeu-se encontrar resposta para as seguintes questões de investigação:

- (I) Quais as estratégias dos alunos na resolução de tarefas com padrões?
- (II) Quais as dificuldades sentidas pelos alunos na realização de padrões de repetição?
- (III) Quais as dificuldades sentidas pelos alunos na realização de padrões de crescimento?

1.3 Organização do Relatório

O estudo apresenta cinco capítulos e subcapítulos, sendo, seguidamente citados de forma sucinta. Do mesmo modo, faz parte integrante deste estudo as referências bibliográficas.

No primeiro capítulo (Introdução), é apresentada a pertinência da investigação; problema, objetivo e questões de investigação.

O segundo capítulo, designado como Enquadramento Teórico, procura sintetizar a literatura que foi explorada, nomeadamente conceitos relacionados com: a Matemática nos primeiros anos, os padrões de repetição e crescimento no ensino da matemática, as estratégias de resolução de tarefas através da exploração de padrões, o desenvolvimento do pensamento algébrico e os padrões nos currículos do Pré-Escolar e do Ensino Básico.

O terceiro capítulo, indicado como Metodologia de Investigação, visa as opções metodológicas que orientaram o estudo, justificando-o com a investigação qualitativa, criando uma descrição particularizada da metodologia desenvolvida. É feita a caracterização do contexto de estágio bem como a dos participantes envolvidos no presente estudo. Seguidamente, apresentam-se os instrumentos usados na recolha de dados, a análise de dados e, por último, a calendarização das intervenções de investigação.

No quarto capítulo (Experiência de Ensino e Análise e interpretação dos dados), é estruturada a experiência de ensino, isto é, como foram planeadas as intervenções e a descrição e a análise das cinco tarefas implementadas neste estudo.

No quinto e último capítulo, denominado como Considerações finais, apresentam-se as principais conclusões do estudo bem como a reflexão final e por último as implicações para a prática pessoal e profissional.

Para terminar, apresentam-se as Referências Bibliográficas lidas e que auxiliaram na organização deste estudo.

Capítulo 2 - Enquadramento teórico

2.1 A importância da Matemática nos primeiros anos

O saber matemático pode ser entendido como um sistema de expressão através do qual conseguimos estruturar, decifrar e dar interpretação a certos aspetos da realidade que nos rodeia Groenwald e Nunes (2007). A Matemática é “umas das ciências mais antigas e é igualmente das mais antigas disciplinas escolares, tendo sempre ocupado, ao longo dos tempos, um lugar de relevo no currículo” (ME, 2007, p.2). Deste modo, segundo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999):

Aprender Matemática é um direito básico de todas as pessoas – em particular, de todas as crianças e jovens – é uma resposta a necessidades individuais e sociais. A Matemática faz parte dos currículos, ao longo de todos os anos de escolaridade obrigatório, por razões de natureza cultural, prática e cívica que têm a ver ao mesmo tempo com o desenvolvimento dos alunos enquanto indivíduos e membros da sociedade e com o progresso desta no seu conjunto (p. 17).

O Ensino da Matemática nos primeiros anos permite habilidades de compreensão na aquisição da Matemática, promove uma visão positiva por parte das crianças, em relação à aprendizagem da mesma (Alpaslan & Erden, 2015). Segundo os autores Saebbe e Mosvold (2015) é importante abordar esta temática em todos os níveis de ensino, sendo relevante levar as crianças a pensar matematicamente, o que autores descrevem como um processo de matematização. Para chegar a este objetivo é necessário criar um ambiente favorável, onde problemas possam ser colocados e discutidos, sem medo de serem ridicularizados, pois as crianças precisam de ser envolvidas em discussões matemáticas. Neste sentido, é relevante que todo o trabalho planeado com as crianças seja ligado principalmente às suas preferências, àquilo que está à volta delas no dia-a-dia quando exploram o seu mundo, pois a Matemática está inserida no nosso quotidiano. A Matemática inserida precocemente na Educação Pré-Escolar apoia as crianças no seu desejo de aprender. Para se conceber esse

desejo de aprender é relevante cativar as crianças a fazer atividades do seu interesse, como por exemplo, ao ar livre e jogos relacionados com a Matemática, isto é, atividades do seu máximo interesse. Neste sentido a Matemática deverá ser introduzida de forma lúdica e inicialmente, num contexto Pré-Escolar, de modo informal. O que se pretende é que desde cedo as crianças possuam um pensamento otimista relativamente a este tema. Alpaslan e Erden (2015), afirmam que a relação que as crianças têm com a Matemática nos primeiros anos contribui para o campo cognitivo e afetivo das mesmas pois desempenham um papel importante e assim haverá um maior sucesso na aprendizagem da mesma. Neste sentido, as oportunidades educativas que os educadores devem facultar a estas crianças devem ser frequentes e diversificadas para além de estar sempre presente carinho e afeto por parte, também, de quem as planeia (Ministério da Educação, 2016). Como afirma Abrantes, et al., (1999), “ser-se matematicamente competente na realização de uma determinada tarefa implica ter não só os conhecimentos necessários como a capacidade de os identificar e mobilizar na situação concreta e ainda a disposição para fazê-lo efetivamente” (p. 21). Neste sentido, a Educação Matemática nos primeiros anos tem grandes objetivos inter-relacionados no que se refere às crianças. O primeiro objetivo está relacionado com as metas de conteúdo, ou seja, a destreza das crianças adquirem compreensão e pensamento na Matemática. O segundo está relacionado com os objetivos do processo que incluem habilidades matemáticas tais como: o raciocínio. O último está relacionado com a afetividade na aprendizagem da matemática (Alpaslan & Erden, 2015). Segundo Svensson (2015) as emoções têm um papel importante na matemática em geral e as poderosas estruturas afetivas são a chave para uma aprendizagem eficaz da matemática. Analisando as OCEPE, também se verifica que “os conceitos matemáticos adquiridos nos primeiros anos vão influenciar positivamente as aprendizagens posteriores e que é nestas idades que a Educação Matemática pode ter o seu maior impacto” (p.77). Este impacto pode ser causado devido ao crescimento cognitivo das crianças, durante os primeiros anos, e estas terem grande capacidade de raciocínio e de resolução de problemas (NCTM, 2000). As crianças são imaginativas constroem, modificam e integram ideias, interagindo com o mundo e com outros indivíduos, tanto crianças como adultos. Como afirmam as NCTM (2000) as crianças precisam de oportunidades para desenvolver e expandir a sua aquisição da linguagem,

enquanto estruturação, reestruturação e compreensão matemática. Desde cedo que as crianças estão envolvidas com a matemática informal, mas em diferentes graus mas quando entram na escola e conhecem a matemática formal, há uma grande variação nas habilidades matemáticas entre as crianças (Arnell, 2015). Neste sentido, há que ter sempre consciência que os alunos são diferentes uns dos outros, como o que vão construindo sobre as temáticas em estudo. Logo o educador/professor necessita de promover “interações entre os alunos e entre estes e o professor” (Abrantes, *et al.*, 1999 p.29). Nesta perspetiva a escola, mais propriamente, os educadores/professores têm a função de ajudar os seus alunos a desenvolver e enriquecer os conhecimentos necessários, para tal um bom profissional desta área, “precisa de se sentir à vontade na Matemática que ensina” (Ponte & Serrazina, 2000, p.15). Em concordância estão as OCEPE, 2016 que confirmam que o conhecimento dos educadores no processo do desenvolvimento e aprendizagem da Educação Matemática e como interpretam o trabalho da criança e como esta pensa possibilita uma previsão antecipada acerca do que as crianças podem “aprender e/ou abstrair a partir da sua experiência” (Ministério da Educação, 2016, p. 77).

Há que evidenciar que no Ensino da Matemática a qualidade de ensino influencia o bom desempenho dos alunos bem como a motivação destes para a aprendizagem, nesta lógica segundo Ponte e Serrazina (2000):

Cabe ao professor estabelecer objetivos de acordo com o currículo em vigor, planear e realizar com os alunos experiências de aprendizagem diversificadas e estimulantes, organizar momentos de discussão e de reflexão, fazer com que eles se comportem de acordo com as normas sociais valorizadas na comunidade e estabelecer uma atmosfera de aprendizagem (p. 15).

Em consonância com o que foi dito anteriormente, Matos e Serrazina (1996) salientam que é crucial que se aposte numa Educação Matemática com qualidade, para poder:

Contribuir de um modo significativo e insubstituível, para ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos não dependentes, mas pelo contrário, independentes – no sentido de competentes, críticos, criativos e confiantes nos aspetos essenciais em que a sua vida de relaciona com a matemática. (p.19)

Alpaslan e Erden (2015) referem que é importante dar ênfase à Educação Matemática, entendendo que a Matemática nos primeiros anos, é uma oportunidade para apoiar e melhorar a compreensão das crianças para a sua aprendizagem. Neste sentido, compreende-se que ao investir num Ensino da Matemática com qualidade está a formar-se tanto cidadãos matematicamente competentes como cidadãos instruídos para a vida.

2.2. Os padrões e regularidades no ensino da Matemática

Na Matemática o termo padrão está interligado à ideia de regularidade (Orton, 1999). Considerar a matemática como a “ciência dos padrões” é um privilégio, não só porque os padrões se encontram em várias formas na vida de todos os dias e ao longo da matemática escolar, mas porque também podem constituir um tema afluente com “carater transversal” (Luís, Bártole & Serrazina, 1996, p.1). É exatamente este “carater transversal” que dificulta a definição de padrão. Smith (2003) menciona que relativamente à área da Matemática, o termo padrão não se encontra bem delimitado. Para o autor, “um padrão pode ser caracterizado através das componentes de mudança, repetição ou extensão; consideradas como centrais na ideia de padrão” (Libório, 2014, p.20).

Vale e Pimentel (2012) também aludem à inexistência de um significado do termo padrão. Na tentativa de encontrar uma definição para o termo padrão as autoras afirmam que padrão tem o mesmo significado que regularidade. Neste sentido, divulgam uma definição para padrão ou regularidade: “padrão ou regularidade é uma relação discernível, apreendida de modo pessoal, num arranjo de qualquer natureza, através de um processo mental que pode ser partilhado, e que corresponde a uma estrutura traduzível por uma lei matemática” (p. 33).

Os padrões fazem parte da nossa vida. Sempre que olhamos à nossa volta, encontramos padrões. Quando as crianças organizam blocos por cores, elas seguem um padrão. Quando uma criança aprende a contar, ela segue um padrão. Quando uma criança observa que múltiplos de cinco terminam em cinco ou zero está a seguir um padrão. Quando faz uma pavimentação, descobriu outro tipo de padrão. Quando um adolescente estuda funções, da álgebra ao cálculo, está a trabalhar o conceito de padrão, analisando como um número se transforma

noutro. Quando um estudante universitário aprende como a simetria numa molécula afeta o seu espectro infravermelho, está a usar padrões. Quando designers criam belas composições, seja um padrão numa parede de uma sala ou num vestido ou quando um cientista segue a propagação de um vírus numa população, estão a identificar padrões.

(Barbosa, Vale & Palhares, 2009. p.5)

Ao longo da vida somos atraídos para as regularidades e frequentemente tentamos interpretar situações procurando o termo padrão. Os autores acima mencionados demonstram que os padrões estão presentes em tudo o que nos rodeia tanto que desde cedo as crianças utilizam-nos para uma melhor organização como por exemplo nas suas rotinas diárias, na escola, em casa, nas brincadeiras. Tal como refere Moreira e Oliveira (2003) “este processo ajuda as crianças a organizarem-se e a prever o que vem a seguir” (p.158). A própria rotina que as crianças têm no jardim-de-infância ou na escola e de tudo que ela advém tem uma organização que reflete padrões de comportamento.

Neste sentido é essencial uma abordagem relativamente aos padrões e regularidades para o desenvolvimento das crianças, em idades precoces. Moreira e Oliveira (2003), apresentam o porquê da importância desta abordagem com os seguintes fundamentos:

- “Contribuem para a compreensão global dos números e das operações;
- Evidenciam a importância da matemática na criação de modelos que permitam interpretar fenómenos do mundo real;
- São importantes para as crianças explorarem e investigarem situações problemáticas em geometria;
- Contribuem para desenvolver intuitivamente a noção de relação funcional, se a criança tiver a oportunidade de trabalhar com padrões que possam ser generalizáveis;

→ Possibilitam o encontrar padrões e relações como uma estratégia para resolver problemas;

→ Desenvolvem competências ao nível da organização do pensamento.” (p.155)

A exploração de padrões é uma vantajosa ajuda para os alunos aprenderem uma Matemática significativa e envolvê-los numa aprendizagem rica fornecendo-lhes um ambiente enriquecedor de aprendizagens e experiências que se relacionem com o real (Pimentel & Vale, 2009). Ao oferecer-lhes estas oportunidades está-se a fornecer um apoio deveras significativo para as aprendizagens como para acharem relações, conexões e construírem generalizações e também previsões (Borralho, Cabrita, Palhares & Vale, 2007). Neste sentido, de acordo com as NCTM, (2000) as tarefas que se devem propor aos alunos para promover o que foi dito anteriormente devem ser abertas, privilegiando-se a resolução de problemas (incluindo a generalização) e as explorações num ambiente que desperte o sentido estético, a criatividade e que haja inovação para proporcionar oportunidades de aprendizagem apropriadas. Estas tarefas, como referido anteriormente, podem e devem ser incorporadas no real das crianças, com o intuito de trabalhar com esta temática de forma lúdica “estimulando até mesmo os alunos que revelam maiores dificuldades no domínio da Matemática” (Luís, et al., 1996, p.1).

Desta forma, é estimulante o trabalho com padrões ao poder partir de situações do quotidiano, principalmente quando estamos a falar de idades compreendidas entre os três e seis anos como afirmam Vale e Pimentel (2009) “a sua riqueza reside na sua transversalidade, tanto a nível de conteúdos como das capacidades que promove nos estudantes de qualquer nível e, também, na forte ligação que tem com a resolução de problemas, com atividades de exploração e de investigação” (p.8). Talvez seja pela transversalidade desta temática que vários autores afirmam a matemática como a “ciência dos padrões”. Como esclarece Devlin (2002):

Foi nos últimos vinte anos, mais ou menos, que surgiu a definição de matemática que é hoje consensual entre a maioria dos matemáticos: a matemática é a ciência dos padrões. O que o matemático faz é examinar “padrões” abstratos – padrões

numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, padrões de comportamento, etc. Estes padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo. Podem surgir a partir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das atividades mais ocultas da mente (p.9).

Nesta perspetiva, ao trabalhar nesta temática constrói-se uma imagem mais otimista relativamente à Matemática, devido às suas múltiplas ligações e principalmente à sua ligação com o mundo em que se vive.

Orton (1999) frisa que os padrões:

- “Podem contribuir para a construção de uma imagem mais positiva da matemática;
- Permitem o estabelecimento de conexões matemáticas;
- Atraem e motivam os alunos, porque apelam fortemente ao seu sentido estético e criatividade;
- Permitem a promoção e desenvolvimento das capacidades e competências dos alunos;
- Ajudam a desenvolver a capacidade de classificar e ordenar informação;
- Permitem a compreensão da ligação entre a matemática e o mundo em que se vive.”

(Borralho, *et al.*, 2006 p. 8)

Vale, Palhares, Cabrita e Borralho (2006) referem que “o conceito de padrão tem se revelado bastante fluído, com definições muito díspares, consoante a utilização que é pretendida” (p.195). Deste modo, para auxiliar a análise das tarefas implementadas ter-se-á em atenção tanto o termo padrão, como outros que com ele poderão estar relacionados, tais como: regularidade, sequência, repetição, generalização, configuração, ritmo e disposição (regra e ordem) Vale, et al., (2008). Os diferentes termos a ter em conta neste estudo estão sintetizados na seguinte tabela:



Tabela 1 – Termos associados ao termo padrão.

Fonte: Vale, Fonseca, Barbosa, Pimentel, Borralho e Cabrita (2008)

Em referência à tabela supracitada, o que se pretende é observar se estes termos se verificaram. Com o termo regularidade, pretende-se, verificar se houve ausência de alterações e se houve movimento cadenciado; na sequência se os alunos fizeram um bom seguimento e continuaram o padrão que já foi iniciado; na repetição se os alunos reproduziram ou imitaram o que era pedido; na generalização se as crianças davam sentido ao que se pedia, e também se adotaram a generalização distante ou próxima; relativamente à configuração se os alunos a representavam bem o que lhes era pedido e se davam forma a...; no ritmo se havia cadência, isto é, regularidade do movimento; e por último na disposição, no que respeita a regra e ordem, se os alunos respeitavam alguma regra e uma respetiva ordem.

Desta forma, é visível que o conceito de padrão é olhado de várias formas e perspetivas, consoante o uso que lhe desejam dar, isto é, dependendo do contexto em que estejam inseridos.

As duas principais tipologias de padrões debatidas na literatura - padrões de repetição e padrões de crescimento – são abordados nos subcapítulos a seguir.

2.2.1 Padrões de repetição

Desde os primeiros anos as crianças podem construir e continuar sequências em que o padrão se repete. De acordo com Threlfall (1999), os padrões de repetição para além de ajudarem a desenvolver a generalização possibilitam um leque de elementos do pensamento matemático que não estão acessíveis por outro meio em Educação da Matemática.

Há várias representações relativamente ao mesmo padrão e segundo as orientações internacionais NCTM (2000) estas representações facilitam a aprendizagem da criança ao fazer generalizações, conjecturas e a identificar padrões noutras situações, desta forma a criança vai desenvolver e enriquecer um pensamento matemático que a auxilia na resolução de problemas como a pensar de modo abstrato.

Os padrões de repetição podem e devem ser trabalhados com crianças pequenas e a sua exploração é muito superficial e iniciante e para tal é necessária uma exploração mais aprofundada para que possa alcançar ideias matemáticas mais fortes. Neste sentido Threlfall (1999) refere a importância de inserir o trabalho com padrões de repetição no fim do pré-escolar e para tal mostra duas razões, a primeira é que ao trabalhar com padrões está-se a explorar outros conteúdos; a segunda razão é que trabalhar com padrões de repetição é um bem essencial, futuramente, como base para a aprendizagem da Álgebra.

No decorrer do relatório faz-se referência às ideias de Ponte, et al. (2009) relativamente aos padrões de repetição. Assim sendo, compreende-se que “num padrão de repetição há uma unidade (composta por diversos elementos ou termos) que se repete ciclicamente” (p.41). Ao inculir desde cedo os padrões de repetição as crianças vão inconscientemente trabalhar com símbolos, Álgebra e num contexto propício para a generalização. Será que os alunos conseguem identificar a unidade de repetição e compreender a estrutura global do padrão? Bem, estas podem continuar os padrões repetitivos usando métodos rítmicos sem compreender a unidade. Como afirma Ponte, et al. (2009) “A compreensão da unidade que se repete pode não ser facilmente conseguida pelos alunos nos primeiros anos do ensino básico, mas é possível desenvolvê-la progressivamente (p.41). Todavia, a regularidade que se sucede tem como suporte o ritmo, que permite continuar o padrão. No entanto a abordagem rítmica não é o suficiente para generalizar a sequência. Para poderem passar para a generalização é fundamental que os alunos compreendam qual é a unidade que se repete. Como as crianças mais pequenas, por vezes, não conseguem é necessário que o trabalho com os padrões de repetição seja contínuo para se aprofundar a exploração do padrão baseada na compreensão dessa unidade (Ponte, et al. 2009, citando John Threlfall).

2.2.2 Padrões de crescimento

Os padrões de crescimento, da mesma forma, que os padrões de repetição também permitem uma enorme variedade de exploração, os padrões de crescimento também o requerem e fornecem uma grande variedade de situações que proporcionam explorações muito ricas e variadas.

Segundo Ponte et al. (2009) um padrão de crescimento é “constituído por elementos ou termos diferentes. Cada termo no padrão depende do termo anterior e da sua posição, que designamos por ordem do termo” (p.42). Estes autores incluem, ainda, que quando se apresenta um padrão de crescimento este pode ser composto por números ou objetos que adotam uma configuração pictórica.

Os padrões de crescimento são diariamente implícitos no Pré-Escolar, quando exploram os dias da semana ou do mês, como por exemplo, partindo da segunda-feira amanhã é mais um dia; depois são mais dois dias; e mais três (...) ou mesmo quando aprendem a contar.

Mas será que os alunos conseguem encontrar a regra que conduz ao termo geral? E como o fazem?

Existem estudos que apontam que (i) encontrar termos numa sequência, é mais difícil, para os alunos, à medida que os termos se tornam mais distantes dos termos que lhes são apresentados; (ii) a maior parte dos alunos tem mais dificuldades em explicar um padrão do que propriamente continuá-lo; e (iii) no geral há mais alunos a explicar as regras, encontradas nas sequências, oralmente do que por escrito.

Segundo Tall (1992), numa das suas investigações verificou que um dos problemas que pode ser considerado é propor ao aluno que dê continuidade, por exemplo, à sequência 3, 6, 9, 12..., pois o aluno pode, apressadamente, ter noção do *ritmo* e ver que cada termo se alcança se adicionar 3 e calcular, continuamente, os termos seguintes: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ... Desta forma o aluno está a empregar uma lógica recursiva, isto é, vê e descreve o padrão recursivamente, relacionando termos consecutivos e adotando este processo não alcançará a expressão algébrica – o termo geral. De acordo com Radford (2008) citado por Barbosa (2009) os alunos que utilizam o pensamento recursivo impede-os de descobrirem a expressão geral que representa o padrão.

No entanto, os alunos sentem mais dificuldades para os padrões de crescimento do que para os de repetição. Como afirma Barbosa (2009) citando Warren, (2008) “Este facto pode dever-se a uma experiência de sala de aula que privilegia predominantemente a exploração de padrões de repetição ou pode indiciar que os padrões de crescimento poderão ser cognitivamente mais difíceis do que os de repetição” (p.72). Pode-se constatar que os padrões de repetição estão relacionados com o pensamento recursivo enquanto os de crescimento estão relacionados com o pensamento funcional. Segundo, Libório (2014) os alunos apresentam dificuldades acrescidas a transitar de uma abordagem recursiva para uma abordagem funcional. Na verdade, um e outro são deveras necessários para o desenvolvimento do raciocínio matemático, mas é o segundo que transporta uma relação entre duas variáveis, isto é, o pensamento funcional (Barbosa, 2009 citando Scandura, 1971).

É de ressaltar que quando o professor faculta uma determinada tarefa às crianças relativamente a estes padrões, este não pode esperar que todos lhe deem as mesmas respostas porque as crianças veem de maneiras diferentes, isto é, os alunos devem descobrir padrões e relações que são novos, mesmo para o professor. O mais importante a reter é que os alunos saibam explicar o seu raciocínio e principalmente percebê-lo, pois há mais do que uma maneira de ver um padrão e de o explicar. Segundo Vale e Pimentel (2011) devemos beneficiar os contextos visuais/figurativos com o intuito de facultar a evolução do pensamento matemático e explorar diferentes modos de generalização que estejam relacionados com diferentes formas de ver esses padrões, pois estes padrões por si só já são demasiado complexos podendo em alguns casos conduzir a algumas dificuldades na exploração feita pelos alunos.

2.2.3 Estratégias de resolução de tarefas através da exploração de padrões

A Matemática envolve a formulação e aplicação de estratégias de resolução. Os alunos ao adquirirem uma vasta compreensão da Matemática estarão aptos para esclarecer e provar os seus procedimentos e pensamentos (Alvarenga & Vale, 2007). Palhares, (2004) revela que não há apenas uma única forma de chegar a uma resolução, o autor averigua que podem ser empregues imensas estratégias e estas desempenharem um papel deveras

importante para obter o sucesso. Assim é importante esclarecer o que se entende por estratégias de resolução de problemas uma vez que segundo Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008), “as estratégias são ferramentas que, a maior parte das vezes, se identificam com processos de raciocínio e que podem ser bastante úteis em vários momentos do processo de resolução de problemas” (p. 23).

Há inúmeras pesquisas acerca das estratégias que englobam a exploração de padrões desde o Pré-Escolar até ao Ensino Secundário. Os autores Orton e Orton (1999) consideram quatro estratégias fundamentais na exploração de padrões, referindo essas estratégias como métodos: **(1) Método das diferenças finitas** que se baseia num entendimento recursivo do padrão e considera o mais usado pelos sujeitos. Este método fundamenta-se na assimilação do padrão, buscando um novo termo usando o anterior; **(2) Método da contagem**, empregue na presença de figuras, consiste na contagem das figuras para obter os elementos desejados; **(3) Método baseado na proporcionalidade direta**, assente numa tentativa da solução apressadamente havendo relações de proporcionalidade entre os termos de ordem que se conectam; e **(4) Método linear**, neste método os alunos atingem uma compreensão completa, isto é, uma consciência das operações implícitas. O autor salienta que estas estratégias podem ser atingidas por todos os alunos de todas as faixas etárias, mas os alunos mais velhos alcançam resultados mais satisfatórios, realça também que o tipo de generalização (distante ou próxima) faz com que modifique estas estratégias de forma correta ou não. Barbosa, et al., (2009) destacam cinco estratégias que vão de encontro às estratégias de Orton e Orton (1999). Todavia, há uma exceção, estes autores acrescentam a estratégia “*Guess and check*” (“Adivinhar e verificar”) os alunos supõem uma regra inserindo vários valores para confirmar a sua “validade” (p. 139). Barbosa, et al., (2009) constata que estas estratégias surgem através de diferentes tipos de raciocínio e em contrapartida com Orton e Orton (1999) estas são utilizadas pelos alunos para alcançar a generalização.

No presente estudo, as estratégias a ter em conta foram as cinco estratégias consideradas por Orton e Orton (1999), que são alcançadas para obter a generalização distante ou próxima.

Barbosa, *et al.*, (2009) aludem que algumas destas estratégias, dependendo do tipo de tarefas, apresentarão dificuldades ou respostas incorretas por parte dos alunos.

É importante mencionar que ao longo das intervenções reteve-se duas componentes essenciais: exploração e confirmação. A exploração baseia-se nas relações e no uso do raciocínio e nas estratégias que levam à procura da solução. A confirmação envolve o raciocínio, as justificações dos alunos bem como as generalizações que adotaram. As justificações dos alunos dependem do seu nível e da natureza do problema (Boavida, *et al.*, 2008).

2.3 O desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos através dos padrões

Nos primeiros anos, as crianças trabalham com padrões. A sua curiosidade é um grande motivador e tentam descrever e entender padrões de formas, cores, sons e, eventualmente, letras e números. Posteriormente, as crianças começam a fazer generalizações sobre os padrões que parecem ser iguais ou diferentes. Este tipo de categorização e generalização é um passo importante no desenvolvimento do pensamento algébrico e a exploração dos padrões ajuda os alunos a desenvolver o raciocínio algébrico, isto é, são considerados como facilitadores da aprendizagem da álgebra sendo identificados como Pré-álgebra (Vale *et al.*, (2006) citando Alves *et al.*, (2005). Muitos autores referem que o pensamento algébrico estimula nos alunos a capacidade de comunicar os seus pensamentos recorrendo às suas próprias palavras. Ao empregar a exploração de padrões no Ensino da Matemática está-se a ajudar os alunos a envolverem-se na aprendizagem dos mesmos, fornecendo-lhes uma relação com a realidade e com as suas próprias experiências para encarar a matemática de forma positiva. Para tal, os autores Abrantes, *et al.*, (1999) afirmam que “sempre que possível, os alunos devem envolver-se em atividades de natureza exploratória e investigativa, com a possibilidade de explicar e justificar os seus processos de pensamento ou as suas soluções” (p.56). Logo, desde a Educação Pré-Escolar, os mesmos autores referem a importância de promover experiências relacionadas com a descoberta de padrões e relações matemáticas através de materiais “que manipulem, em que se apercebem das relações existentes que descrevem e representam, usando esquemas e desenhos” (p.56).

É neste sentido que existem pesquisas recentes que mostram que as crianças podem generalizar ideias matemáticas muito mais cedo que anteriormente suposto (Rodrigues, Cordeiro & Serra (2015) citando Mulligan, 2013). Através da exploração de padrões conseguirão compreender a adição, subtração, multiplicação e divisão e posteriormente ajudar a aprender procedimentos e fatos. O desenvolvimento do pensamento algébrico é um processo, não um evento. É algo que pode motivar e enriquecer a experiência positiva da matemática Seeley, C. (NCTM, 2000).

Borralho et al., (2006) comprovam que ao integrar e explorar tarefas relacionadas com padrões, no currículo da Matemática escolar, estas são essenciais, tanto na abordagem à Álgebra, como na base do pensamento pré-algébrico, nos primeiros anos de escolarização. Alvarenga e Vale (2007) partem da mesma ideia “os alunos, desde os primeiros anos de escolaridade, podem e devem ser encorajados a observar padrões e a representar tanto geométrica como numericamente, iniciando o estudo da Álgebra de um modo fortemente intuitivo e informal” (p. 2). No entanto, como se pode averiguar alguns investigadores consideram a procura de padrões uma aproximação à Álgebra visto que é uma forma relevante para a generalização na qual é a essência da Matemática.

Relativamente à iniciação da aprendizagem da Álgebra com o estudo dos padrões, como referido por vários autores, deve começar-se de modo intuitivo e também de forma motivadora. Segundo várias pesquisas as crianças podem generalizar ideias matemáticas muito mais cedo do que anteriormente suposto (NCTM, 2000). Neste seguimento, todos os alunos devem aprender Álgebra para desenvolverem o seu pensamento algébrico. A estrutura tem um papel chave no processo de generalização e com experiências de aprendizagem apropriadas, as crianças são capazes de desenvolver formas de raciocínio que envolvam o processo de generalização (Rodrigues, Cordeiro & Serra (2015) citando Ppaic, Mulligan & Mitchelman, 2011).

Ponte, et al. (2009) afirmam “que o pensamento algébrico inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas” (p.10). Primeiramente temos a vertente: *representar*, que está relacionada com a capacidade de o aluno utilizar sistemas de representação diferentes que tenham uma natureza simbólica; em segundo temos a

vertente: *raciocinar*, esta pode ser tanto dedutiva como indutiva e tem uma grande importância relativamente ao relacionar e ao generalizar. Um aspeto importante do raciocínio algébrico é o deduzir. Por último, na terceira vertente temos, *resolver problemas*, nesta vertente usa-se diversas representações de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e de outros domínios.

A exploração dos padrões torna-se importante na transição da aritmética para a álgebra, Alvarenga e Vale (2007) citando Schoenfeld e Arcavi, (1999) afirmam que é uma ajuda nesta transição se pedir aos alunos a observação e a caracterização verbal dos padrões.

As tarefas com padrões envolvem dois tipos de generalização. “A generalização envolve pensamentos de ordem superior como sejam raciocínio, abstração, pensamento holístico, visualização e flexibilidade, a capacidade de generalizar vai permitir caracterizar e diferenciar os estudantes uns dos outros” (Vale, 2012, p.190). De acordo, com Stacy (1989), citado por Vale (2012/2013) os dois tipos de generalização são: *generalização próxima* que está relacionada com o termo seguinte e este pode ser obtido através da contagem, desenho ou com o auxílio de uma tabela e que por norma engloba relações recursivas. E neste tipo de generalização utiliza-se o raciocínio recursivo, o, mais habitual e o mais desfavorecido por não possibilitar relatar o que se passa com um termo de qualquer ordem. A *generalização distante* abrange a descoberta do padrão e necessita de um entendimento da lei de formação, isto é, uma regra geral através de uma expressão matemática, e empreende a procura de relações funcionais. Todavia, há vários investigadores que se referem a estes dois tipos de generalizações utilizando terminologias diferentes das do Stacy (1989). Mason (1996) intitula estes dois tipos de generalização, como: *generalização local* e *generalização global*; Lannin (2005) intitula-os de *generalização recursiva* e *generalização explícita*; e Radford (2008) de *generalização aritmética* e *generalização algébrica* Vale (2012). As tarefas que envolvem generalização promovem a capacidade de abstração dos alunos e desenvolvem a capacidade de comunicação e o raciocínio matemático. É de realçar, que nos primeiros anos, a generalização expressa-se na linguagem natural dos alunos (Ponte, *et al.*, 2009).

Neste trabalho, em relação às generalizações, optou-se por seguir a terminologia de Stacey (1989), generalização distante e generalização próxima.

A escolha das tarefas é essencial para o auxílio de um bom desenvolvimento relativamente ao pensamento algébrico. Deste modo é crucial o empenho do educador/professor e a sua dedicação aos alunos, facultando-lhes experiências únicas e inesquecíveis que façam atingir um gosto gigantesco por estes temas e que permitam aos alunos fazerem generalizações. Como refere Vale e Pimentel (2013) “A atuação do professor em sala de aula, que caracteriza a sua prática, depende de vários fatores, mas grandemente das tarefas que propõe e da exploração que promove” (p.105). Para Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga e Fão (2010) “o professor deve proporcionar aos alunos o contacto com situações que permitam explorar padrões com o seu próprio corpo, ações e palavras. Antes de criar representações pictóricas e padrões ao nível simbólico, as crianças devem manipular objetos variados com os quais devem fazer padrões” (p.54). Para intensificar o pensamento dos autores referidos anteriormente, Vale, *et al.*, (2006), apontam que se deve oferecer atividades com o intuito de explorar materiais manipuláveis variados para identificar, criar e continuar padrões “e lidar com as diferentes propriedades das relações, em particular as que envolvem conceitos de proporcionalidade, que são aspetos essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico (p.6).

2.4. Os padrões nos currículos do Pré-Escolar e do Ensino Básico em Portugal

Ao recorrer aos currículos nacionais existentes podemos averiguar o que se pretende alcançar em contexto escolar, logo, estes currículos representam uma síntese dos conhecimentos e valores que caracterizam um processo social, expresso pelo trabalho pedagógico, desenvolvido nas escolas. Como Coll (1996) declara:

(...) entendemos o currículo como sendo o projeto que preside as atividades educativas escolares, define suas intenções e proporciona guias de ação adequadas e úteis para os professores, que são diretamente responsáveis pela sua execução. Para isso, o currículo proporciona informações concretas sobre que ensinar, quando ensinar, como ensinar e, como e quando avaliar (p. 45).

Subsequentemente, ter-se-á em atenção os seguintes currículos:

Na Educação Pré-Escolar

- Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escola (OCEPE, 1997)
- Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escola (OCEPE, 2016)

No 1.º Ciclo do Ensino Básico

- Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais (ME-DEB, 2001)
- Organização Curricular e Programas (ME-DEB, 2004).
- Programa de Matemática do Ensino Básico (ME – DGIDC, 2007)

2.4.1. Os padrões na Educação Pré-Escolar

As Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (OCEPE, 1997, 2016) não se apresentam como um currículo, mas sim como um quadro de referência e qualidade para todos os profissionais que lidam com este nível de (pré-) escolaridade.

Quando se fala de explorar padrões no ensino pré-escolar salienta-se a importância destes para as aprendizagens matemáticas. Como destacam as (OCEPE, 2016):

As crianças muitas vezes inventam naturalmente padrões quando estão a construir com legos ou a enfiar contas. A observação de azulejos, desenhos da calçada portuguesa, bem como a criação de ritmos musicais são também atividades que apelam à exploração de padrões e ao desenvolvimento do sentido estético. A diversidade de oportunidades de reconhecimento, duplicação e criação de padrões sequenciais simples, e a sua evolução gradual para padrões mais complexos são essenciais nas aprendizagens matemáticas (p.83).

Segundo Barros e Palhares (2001) os padrões nesta fase do pré-escolar contribuem positivamente para o desenvolvimento do raciocínio lógico, estes podem ser um veículo

para que as crianças comecem a generalizar localmente, já que não é de esperar que o façam globalmente, destacando ainda a sua importância para a resolução de problemas. Sendo esta uma temática que contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico esta desenvolve-se a partir da observação e manipulação de diversos objetos, como por exemplo, as formas geométricas, que se relacionam com a construção e reconhecimentos dos padrões, as quais contribuem para o desenvolvimento algébrico OCEPE (2016).

Nas Orientações Curriculares para o Pré-Escolar (OCEPE, 1997, 2016), destacam-se três Áreas de Conteúdo “como âmbitos de saber, com uma estrutura própria e com pertinência sociocultural, que incluem diferentes tipos de aprendizagem, não apenas conhecimentos, mas também atitudes, disposições e saberes-fazer” (p.35). Estas áreas destacam-se como: A Área de formação pessoal e social; área do conhecimento do Mundo e a Área da Expressão e Comunicação. Esta última área organizar-se em quatro domínios: da educação motora; da educação artística; da linguagem oral e abordagem à escrita e da matemática. Ao analisar as OCEPE, 2016 verifica-se que na Área das Expressões, mais propriamente no domínio da educação motora, faz-se referência a padrões de forma subentendida “a diversificação de formas de utilizar e de sentir o corpo (...) deem lugar a situações de aprendizagem em que há um controlo voluntário desse movimento – iniciar, parar, seguir vários ritmos e várias direções” (p.49). Além disso, nas OCEPE, 1997 no domínio da matemática “A expressão motora e musical podem facilitar a tomada de consciência da posição e orientação no espaço, a construção da noção de tempo e a descoberta de padrões rítmicos” (p.75).

Certamente, procurar padrões aparece como uma ligação natural entre a matemática e outros domínios. Sendo assim, destaca-se o domínio da linguagem oral e abordagem à escrita pois a “linguagem é também um sistema simbólico organizado que tem a sua lógica. A descoberta de padrões que lhe estão subjacentes é um meio de refletir sobre a linguagem e também de desenvolver o raciocínio lógico” (Ministério da Educação, 1997, p.78). Quando a criança é encorajada a descobrir padrões e a explicar as suas soluções, usa a linguagem sendo esta “essencial para a construção do pensamento matemático” (Ministério da Educação, 2016, p.78). Do mesmo modo, que ressalta a Área do Conhecimento do Mundo “como forma de pensar sobre o mundo e de organizar a

experiência que implica procurar padrões, raciocinar sobre dados, resolver problemas e comunicar resultados” (Ministério da Educação, 1997, p.78).

No domínio da matemática salienta-se a oportunidade de encontrar e estabelecer padrões, ou melhor, formar sequências que têm regras lógicas implícitas. Para tal estes padrões podem ser repetitivos “como os dias da semana” (p.74), ou não repetitivos “como a sequência dos números naturais” (Ministério da Educação, 1997, p.74).

2.4.2. Os padrões no 1º Ciclo do Ensino Básico

No Currículo *Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais* (ME-DEB, 2001) pode-se constatar e destacar uma abordagem da especificidade da Matemática como ciência das regularidades e da utilização da linguagem dos números, das formas e das relações. Nas competências da Matemática no domínio dos Números e do Cálculo é de salientar que os alunos devem desenvolver: “a predisposição para procurar e explorar padrões numéricos em situações matemáticas e não matemáticas e o gosto por investigar relações numéricas, nomeadamente em problemas envolvendo divisores e múltiplos de números ou implicando processos organizados de contagem” (p.60).

No domínio da Álgebra e das Funções é de destacar que os alunos devem desenvolver: “a predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos” (p.66).

A Matemática faz parte da *Organização Curricular e Programas* como do *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*, abrangendo assim todos os ciclos, ao qual se dá grande relevância aos valores e princípios.

No documento *Organização Curricular e Programas* (ME-DEB, 2004) dá-se grande importância ao material utilizado na aprendizagem da matemática, pois as crianças são dependentes do ambiente e dos materiais que têm à sua disposição. Posto isto, “a criança deverá encontrar resposta à sua necessidade de exploração, experimentação e manipulação” (p.168). Ao manipular os materiais as crianças constroem certos conceitos e podem, também, representar modelos abstratos permitindo uma melhor estruturação de

certos conceitos. Para estes fins poderá ser utilizado: o próprio corpo; o material disponível na sala de aula: lápis, caixas, papéis, etc; material não estruturado ou construído com objetivos específicos; o computador. (ME-DEB, 2004).

O bloco 1 – Números e Operações, expressa de forma clara os padrões, regularidades, as sequências e as regras. No entanto, a referência aos padrões é exposta neste bloco só a partir do 2.º ano, onde se lê que os alunos devem: “explorar e usar regularidades e padrões na adição e na subtração”, “descobrir regularidades nas contagens de 5 em 5, 10 em 10” (p.174). Em contrapartida, no 1º ano, ainda dentro do bloco 1 – Forma e Espaço, faz-se referência a padrão, frisos e ao seguimento de regras. Como se pode ler os alunos do 1.º ano, podem: “seguir regras simples (por ex.: nº de quadriculados) ” (p.181).

No *Programa de Matemática do Ensino Básico* (PMEB, 2007) pode-se constatar que no 1.º ciclo do Ensino Básico o que esteja relacionado com “regularidades de acontecimentos, formas, desenhos e conjunto de números é importante neste ciclo (p.14). Os alunos, neste ciclo, podem observar padrões e representá-los tanto geometricamente como numericamente. Apesar de o tema Álgebra não aparecer como tema independente, começam-se a desenvolver ideias algébricas; com efeito o programa refere o “trabalho com regularidades generalizáveis, segundo regras que os alunos podem formular por si próprios, ajuda a desenvolver a capacidade de abstração e contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Capítulo 3 - Metodologia de investigação

Neste capítulo são abordados alguns aspetos relacionados com a metodologia de investigação, nomeadamente: as opções metodológicas, a caracterização do contexto de estágio, os instrumentos de recolha de dados, bem como o processo de análise dos dados e por último a calendarização das intervenções de investigação.

3.1 Opções metodológicas

A metodologia realizada num estudo relaciona-se diretamente com a natureza do problema e das questões de investigação. Nesta investigação, o objetivo fulcral é compreender as estratégias e o que dificulta na construção dos diferentes tipos de padrão: padrões de repetição e padrões de crescimentos. Considerando este objetivo, e após uma prolongada reflexão acerca dos fatores do estudo, do problema e das questões de investigação, optou-se por um estudo de natureza qualitativa de uma investigação-ação. Ao referir a metodologia investigação-ação de natureza qualitativa valoriza-se a prática, tomando-se como um elemento privilegiado, logo “antes de entrar propriamente na apresentação descritiva desta metodologia, salientar que no pensamento sobre a prática educativa está sempre implícito o conceito da reflexão, que é muito importante para a compreensão dessa simbiose” (Coutinho, 2008, p.5). Deste modo, a prática e reflexão estão interligadas, pois na prática educativa surgem infinitas oportunidades para refletir.

Segundo Bodgan & Biklen (1994), a metodologia qualitativa abrange cinco características, tais como: **1.** no procedimento da recolha de informação esta é recolhida num ambiente natural, sendo o investigador o principal instrumento de recolha de dados; **2.** é dada uma maior relevância ao processo que decorre da investigação do que aos resultados e produtos obtidos; **3.** é uma investigação descritiva; **4.** Os investigadores analisam os dados de forma indutiva; e **5.** “o significado é de importância vital na abordagem qualitativa” (p. 50).

Os autores como Bogdan e Taylor (1986) averiguam que o investigador tem que estar inteiramente envolvido na ação dos investigados/sujeitos, pois o método de investigação qualitativa foca-se nomeadamente em conversar, escutar/ouvir e em consentir a expressão livre dos participantes. Neste sentido, o professor compromete-se como investigador ativo, enquanto sujeito do estudo, isto é, acarreta um papel de professor reflexivo. O investigador como autor e ator, vai cuidadosamente e responsabilmente planear para os sujeitos pois assume-se como aprendiz (Mesquita - Pires, 2010).

Fazer Investigação-Ação implica planear, atuar, observar e refletir mais cuidadosamente do que aquilo que se faz no dia-a-dia, "trazer melhoramentos práticos, inovação, mudança ou desenvolvimento de práticas sociais e um melhor conhecimento dos práticos acerca das suas práticas" (Coutinho, 2008 citando Zuber-Skerrit, 1996).

A autora atrás referida anuncia que a investigação qualitativa, por permitir a integralidade do investigador na procura do conhecimento, implica que haja uma variação alargada nos procedimentos metodológicos aplicados na investigação.

Isto posto, o presente estudo, baseia-se numa investigação qualitativa de acordo com as características de Bogdan e Biklen (1994), como se esclarece a seguir:

1. A fonte dos dados é do Pré-Escolar e de uma turma do 1.º ano de escolaridade e os dados recolhidos correspondem a produções escritas e produtos realizados pelos alunos relativamente às tarefas, fotografias, bem como notas de campo do diário produzido pela investigadora.
2. Neste estudo, o foco é compreender quais as dificuldades dos alunos no tipo de construção dos padrões e as estratégias que utilizam. Consequentemente, não é de valorizar o produto final, mas sim o que retiveram durante a execução da tarefa, nomeadamente, as dúvidas que os alunos foram colocando durante o processo de aprendizagem e os erros cometidos.
3. A forma de apresentar os dados será de modo descritivo, do que foi ocorrendo ao longo dos momentos da investigação/intervenção em que se realizou a recolha de dados, recorrendo às produções dos alunos, fotografias e notas de campo produzidas pela investigadora.

4. Neste estudo, pretende-se perceber quais as principais dificuldades dos alunos durante o processo de aprendizagem relativamente à construção de padrões de repetição e de crescimento, bem como as estratégias e o raciocínio que utilizam no decorrer das tarefas. Não se pretende de forma alguma rejeitar qualquer hipótese.
5. Os dados foram recolhidos com a intenção de dar a conhecer o que os alunos fizeram durante as intervenções, no sentido de dar a conhecer o ponto de vista dos sujeitos.

Deste modo, os dados qualitativos podem ser recolhidos partindo de vários procedimentos. Segundo Coutinho (2008) Esta recolha de dados baseia-se em observações, entrevistas e “documentos pessoais” (p. 20). Coutinho (2008) citando Latorre, 2003 divide em três categorias um conjunto de técnicas e de instrumentos de recolha de dados: **(1)** Técnicas baseadas na observação; **(2)** Técnicas baseadas na conversação; e **(3)** Análise de documentos. Para o presente estudo vamos reter a *técnica baseada na observação* que se relaciona com a ótica do investigador que está presente no estudo e emprega uma estratégia de observação participante e também o diário do investigador, “que serve para recolher observações, reflexões, interpretações, hipóteses e explicações de ocorrências e ajuda o investigador a desenvolver o seu pensamento crítico, a mudar os seus valores e a melhorar a sua prática” (p.27). As *técnicas baseadas na conversação* também se vão mostrar visíveis neste estudo porque “estão centradas na perspetiva dos participantes e enquadram-se nos ambientes de diálogo e de interação” (p.26); por último a *Análise de documentos* que constitui uma relevante fonte de informação a preservar através dos documentos pessoais usados frequentemente neste tipo de investigação especialmente pela relevância “que os investigadores dão ao método biográfico narrativo e às histórias de vida” (p. 28). Nos documentos pessoais o diário do investigador auxilia na recolha de observações, reflexões e explicações de acontecimentos que ajuda o investigador no seu pensamento crítico. E por último os meios audiovisuais que se designam a registar informação selecionada previamente.

Deste modo, a investigação decorreu de forma naturalista, através de um trabalho intenso, sendo que o investigador teve uma visão sistemática e integrada no contexto.

3.2 Caraterização dos contextos da Prática de Ensino Supervisionada

3.2.1 Jardim de Infância

O Jardim de Infância, insere-se no agrupamento de escolas de Aveiro, que tem como sede a Escola Homem Cristo de Aveiro. O Bairro de Santiago, onde se insere o jardim-de-infância, tem caraterísticas muito próprias, com população oriunda das zonas limítrofes de Aveiro, dos PALOP. No que concerne ao edifício das instalações do jardim-de-infância, este é muito recente, tendo iniciado a sua atividade em março de 2013. Neste Pré-Escolar existem 90 crianças, distribuídas por quatro grupos heterogéneos, cada grupo com uma educadora, sendo que o número de crianças de cada um varia entre 20 e 25 com idades compreendidas desde os 3 anos até aos 6 anos de idade.

O estudo decorreu no ano letivo 2014/2015 envolvendo uma sala heterogénea ao nível etário. O grupo de 20 crianças que participaram neste estudo tinham idades compreendidas entre os 3 e os 6 anos, sendo uma rapariga e três rapazes (um deles com Necessidades Educativas Especiais – NEE) com 6 anos, duas raparigas e três rapazes com 5 anos, cinco raparigas e três rapazes com 4 anos e, por último uma rapariga e dois rapazes com 3 anos. Do total dos alunos, 11 vivem na cidade de Aveiro e 4 noutras freguesias limítrofes. Pelo facto de ser um grupo heterogéneo as crianças encontram-se em diferentes estádios de desenvolvimento. Este fator é benéfico pois leva a que haja uma maior troca de saberes, um maior confronto de ideias. É um grupo calmo, com um elevado clima geral de bem-estar e segurança. Num todo, o grupo apresenta bons hábitos de trabalho participando com entusiasmo e prazer em todas as tarefas que se envolvem.

A organização do espaço está relacionada com o equipamento, os materiais existentes, a forma como estão dispostos influencia a intervenção das crianças, nomeadamente o que podem fazer e aprender. Todos os materiais têm finalidades educativas e condicionam a dinâmica do grupo. A organização espacial e dos materiais, é progressivamente modificada de acordo com as necessidades e evolução do grupo. De uma forma muito geral, o espaço será organizado de modo a promover a alegria, promover o gosto pelas aprendizagens e potenciar o desenvolvimento das crianças. Ao mesmo tempo a criança deverá ser autónoma e dominar o espaço que a rodeia (conhecer como o espaço está organizado, como pode ser utilizado, decidir sobre as mudanças). A sala está organizada por áreas diferenciadas como preconizam as Orientações Curriculares.

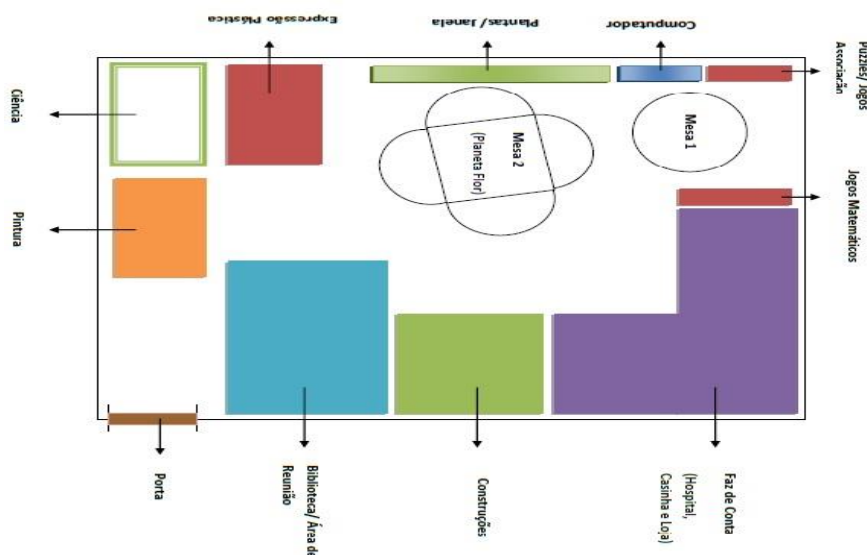


Figura 1 – Planta da Sala

Relativamente ao tempo educativo (rotina diária) tem, em geral, uma distribuição flexível, embora corresponda a momentos que se repetem com uma certa periodicidade, intencionalmente planificados. Momentos que a criança reconhece, em que sabe o que pode fazer e prever a sua sucessão, mas com liberdade suficiente para operar modificações.

9h	Receção, Acolhimento (marcação das presenças e do tempo) Atividades Livres/atividade orientada
10h	Lanche/recreio
10h30/11h	Atividades Livres/atividade orientada
12h	Almoço
13h30min	Audição de música clássica/atividade orientada/atividade de relaxamento
14h	Atividades Livres
15h30min	Fim das atividades letivas

Tabela 2 – Planificação de um dia no Pré-Escolar (sujeito a alterações)

Fonte: Projeto Curricular de grupo.

Relativamente aos pais e/ou encarregados de educação destas crianças enquadram-se num nível socioeconómico médio/alto e a grande maioria deles possuem o grau de licenciatura e mestrado e estão a exercer a profissão.

3.2.2 1.º Ciclo do Ensino Básico – 1.º ano

A escola, onde efetuei a Prática de Ensino Supervisionada, é um estabelecimento particular e cooperativo de ensino pré-escolar, básico e secundário, com autonomia pedagógica, sedado na freguesia de Santa Joana, em Aveiro. Foi criado no ano de 1997. É um estabelecimento com muitas boas condições estruturais que facilitam o desenvolvimento da prática profissional. Neste colégio, mais propriamente, no 1.º Ciclo do Ensino Básico, existem 126 alunos, seis com Necessidades Educativas Especiais (NEE), distribuídos por 5 turmas, cada turma com uma professora. O número de crianças de cada turma varia entre 24 a 27 alunos com idades compreendidas desde os 6 anos até aos 9 anos de idade.

A investigação decorreu no ano letivo 2015/2016 e o estudo envolveu uma turma do 1.º ciclo mais propriamente do 1.º ano de escolaridade. É uma turma constituída por vinte

e sete alunos. As crianças tinham idades compreendidas entre os 5 e 6 anos de idade, sendo treze raparigas e nove rapazes (um com Necessidades Educativas Especiais – NEE) com 6 anos e uma rapariga e quatro rapazes com 5 anos de idade. Do total dos alunos, 5 vivem na cidade de Aveiro e 22 noutras freguesias limítrofes. É um grupo que acaba de sair da Educação Pré-Escolar e ainda está em processo de adaptação. Pode-se definir como um grupo com um elevado clima geral de bem-estar e segurança, mas existem poucas crianças com níveis de implicação elevados na maior parte das tarefas.

No geral, o grupo apresenta uma rotina com bons hábitos de trabalho, mas sempre evoluindo positivamente na aquisição das regras e participando com bastante entusiasmo nas tarefas em que se envolvem.

Horas	Dias da Semana				
	segunda-feira	terça-feira	quarta-feira	quinta-feira	sexta-feira
Manhã	Português	Matemática	Português	Português	Matemática
	Estudo do Meio	Estudo do Meio		Matemática	Português
12h00 – 13h00	Almoço				
Tarde	Matemática	Português	Matemática	Exp./ I.L.Inglesa	Literacia e Cidadania
				Estudo do Meio	Expressões
	Apoio ao estudo	Exp./ I.L.Inglesa	Apoio ao estudo	Apoio ao estudo	
15h35 – 16h20	Atividade Física	Oficina temática “Matemagizar”	Oficina temática “Escrevinhar”	Sessão de Afetos	Oficina temática “Conhecer e Descobrir”
16h30 – 17h15	Lanche				
17h15 – 18h00		Música		Oficina de Arte	

Tabela 3 – Horário da turma

Os pais e/ou encarregados de educação destas crianças enquadram-se num nível socioeconómico médio/alto e a grande maioria deles possuem o grau de licenciatura e mestrado e estão a exercer a profissão.

3.3 Participantes do Estudo

3.3.1 Na Educação Pré-Escolar

Este estudo, como supracitado em cima, envolvendo uma sala heterogénea ao nível etário. O grupo de 20 crianças que participaram neste estudo tinham idades compreendidas entre os 3 e os 6 anos, sendo uma rapariga e três rapazes (um deles com Necessidades Educativas Especiais – NEE) com 6 anos, duas raparigas e três rapazes com 5 anos, cinco raparigas e três rapazes com 4 anos e, por último uma rapariga e dois rapazes com 3 anos.

3.3.2 No 1.º Ciclo do Ensino Básico – 1.º ano

Como referido anteriormente, este estudo inseriu-se numa turma do 1.º Ciclo do Ensino Básico, mais propriamente, do 1.º ano de escolaridade. Esta turma era constituída por vinte e sete alunos. As crianças tinham idades compreendidas entre os 5 e 6 anos de idade, sendo treze raparigas e nove rapazes (um com Necessidades Educativas Especiais – NEE) com 6 anos e uma rapariga e quatro rapazes com 5 anos de idade.

3.4 Instrumentos e Procedimentos de recolha de dados

No processo de recolha de dados foram utilizadas diferentes técnicas, próprias da investigação qualitativa. Assim, as técnicas de recolha de dados usadas neste estudo foram: 1) observação, 2) meios audiovisuais e 3) documentos pessoais. Passa-se então à abordagem de cada uma.

3.4.1 Observação

Ao longo da Prática Pedagógica a observação foi um método crucial, para melhor compreender os fatores ambientais, a dinâmica das crianças e do grupo docente e não docente, dentro do contexto pedagógico.

A aplicação da técnica de observação, no presente estudo, teve dois momentos marcantes, a saber: 1) momento de observação passiva e 2) momento de observação participante. Assim, inicialmente e durante o tempo de duas semanas consecutivas, tomei o papel de observadora passiva. Neste momento, foi possível assistir às aulas lecionadas pela professora titular e proporcionar auxílio e apoio aos alunos na elaboração das tarefas. Ainda, nesta fase, foi possível selecionar, dirigir e focar a atenção para pormenores relevantes do comportamento das crianças, no seu formato individual e/ou grupal. Especificamente, foi possível identificar as crianças que tinham mais dificuldades na aquisição dos conteúdos, incluindo seus comportamentos relacionados tais como movimentos corporais dos alunos (expressões não-verbais), expressões verbais individuais e interrelacionais (interação de respostas entre o grupo de alunos e docente) e, por fim, identificar as suas respostas emocionais (e.g., se se encontravam bem e/ou felizes). O registo da informação recolhida através da observação passiva foi realizada com auxílio de um diário de registo. Na qualidade de observadora passiva, nesta fase de recolha de dados, o observador não estabelecia contato direto com os alunos, encontrando-se numa posição distante durante a realização dos registos.

No segundo momento, enquanto observadora participativa participei ativamente na leção, mantendo porém o registo de comportamentos observáveis com suporte no diário de registos. De fato, e segundo Yin (2001), a observação participante representa um modo característico de observação no qual o investigador não é somente um observador passivo, mas cumpre um papel no contexto que está a ser estudado ou envolve-se em atividades relacionadas com ela. Por sua vez, a observação participante dá oportunidade do investigador compreender certos fenómenos com uma vasta profundidade (Coutinho, 2008). Na fase da implementação das tarefas (i.e., das cinco tarefas planificadas, ver Capítulo 4), houve, ainda, o cuidado de sistematicamente controlar os indicadores de registo. Quando as crianças passavam à elaboração das tarefas predefinidas, foram efetuados

registos no diário, de modo a assegurar a validade da informação registada no momento presente aquando da ocorrência dos fenómenos. Por sua vez, estes registos, suportavam a fase de reflexão efetuada para cada tarefa numa fase posterior.

Através da observação participante, foi possível um contato pessoal entre mim e as crianças e isso verificou-se não só, durante a lecionação das aulas, como também, nos espaços exteriores (e.g., hora de recreio). As crianças sentiam-se confortáveis ou à vontade para me abordar em qualquer altura, tanto em tempo de aulas como em tempo de atividade exterior. Particularmente, o mesmo fenómeno ocorreu com os alunos com necessidades educativas especiais (NEE), que sempre que houvesse oportunidade foi dirigida atenção prioritária eles aos mesmos. Em especial, com o grupo dos alunos com NEE, em ambos os contextos – interno e externo - sempre foi cuidadosa e intencionalmente dirigida atenção para certificar a compreensão desses alunos a uma explicação dada coletivamente. Esta medida tinha como principal objetivo, incentivar o trabalho autónomo deste grupo de alunos. Adotando o método acima supracitado, foi possível alcançar o contato direto com o contexto e com as crianças, facilitando, por sua vez, a minha integração ao meio. Adicionalmente, através do contato afetivo-relacional com os alunos, foi possível incrementar os níveis de compreensão acerca dos pensamentos-sentimentos das crianças relacionados com a realização das tarefas propostas. De fato, este contato afetivo-relacional, mostrou-se vantajoso manifestando a sua utilidade diante do alcance de informação acerca das intenções das crianças fase à realização das tarefas

Em suma, as observações – passivas e/ou participativas - realizadas no ambiente natural dos alunos (e.g., sala de aula) coadjuvaram muito para a compreensão das ações (quase sempre espontâneas) dos alunos levadas a cabo aquando da realização das tarefas propostas.

3.4.2. Meios audiovisuais

Durante este estudo foi crucial recorrer a um recurso de registo visual – fotografia e gravação áudio - das sessões em que foram realizadas as cinco tarefas planificadas. Estes recursos permitiram o registo dos momentos e situações reais que ocorreram durante a

realização das tarefas pelos alunos, aumentando a validade da informação registado e, por sua vez, impedindo o enviesamento dos dados.

De fato, a fotografia é uma ferramenta crucial numa metodologia de investigação-ação de natureza qualitativa, considerada como “documentos de prova da conduta humana com características retrospectivas e muito fiáveis do ponto de vista da credibilidade” (Coutinho, 2008, p.28). Assim, a fotografia foi um auxílio neste estudo, servindo para registar os momentos em que as crianças executaram as tarefas, os seus produtos finais, bem como momentos de lazer.

Por sua vez, a gravação áudio é considerada, também, uma ferramenta crucial dentro do método qualitativa, possibilitando “captar a interação verbal e explorar os aspetos narrativos” (Coutinho, 2008, p.29), permitindo, assim como a técnica da fotografia, implementar uma reflexão baseada em dados que ocorreram no momento. Porém, a gravação áudio, foi uma ferramenta crucial para apoio das notas transcritas no diário facilitando completar informação impossível de captar manualmente no momento presente.

Enquanto observadora-investigadora, houve o cuidado de avaliar o impacto da presença dos meios audiovisuais no comportamento das crianças. Verificou-se que, de fato, a presença da máquina fotográfica, não teve influência no comportamento das crianças (i.e., não os agitou, mostrando-se tranquilos com a sua presença e/ou desviando a atenção das tarefas a realizar).

3.4.3 Documentos pessoais

Os documentos pessoais são outra fonte que suportam o registo das evidências num estudo qualitativo. Coutinho (2008) relata que estes podem ser designados por documentos naturais porque este tipo de documentos são iniciados com o propósito de escrever de forma frequente e continuada os acontecimentos mais relevantes durante a Prática Pedagógica. Nomeadamente, no presente estudo, foi utilizado o diário de registo. Este documento pessoal acompanhou todas as fases do estudo, sendo fundamental para a recolha 1) das reflexões sobre os acontecimentos ocorridos nos contextos, 2) das resoluções

das tarefas e, por fim, 3) dos produtos finais realizados pelos alunos (i.e., evidências da sua compreensão e do raciocínio que as crianças adotaram, das suas dúvidas durante a realização das tarefas, etc.). Através dos registos dos produtos finais elaborados pelas crianças, pelo documento pessoal (i.e., diário) foi possível um melhor discernimento e ou, subsequente, entendimento raciocínio evidenciado pelas crianças, em particular clarificar os tipos de estratégias e dificuldades sentidas pelos mesmos durante a realização das tarefas solicitadas. O diário de bordo foi escrito, como já mencionado anteriormente, na fase da observação passiva bem como nos momentos posteriores do presente estudo. Particularmente, o diário – documento pessoal – foi utilizado durante e após as intervenções, sendo fundamental para implementar uma reflexão sobre a prática pedagógica. De salientar ainda que, as notas de registo do documento pessoal diário de registo incluem informação facilmente omitida pela simples observação e memória da observadora. Adicionalmente, as notas de registo do documento pessoal diário foram elaboradas de forma pré-estruturada contando com indicadores do meio predefinidos (i.e., objeto de observação) enquadrados com os objetivos da investigação, a saber: 1) reações dos observados, 2) questões imediatas diante dos fatos, 3) questões imediatas colocadas diante das respostas dadas pelos alunos, 3) dificuldades sentidas pelos alunos durante a realização das tarefas.

Por fim, no final da fase de intervenção, o documento pessoal (diário), fotografias e as gravações áudio, foram integradas de forma complementar de modo a extrair inferências acerca dos objetivos e questões do presente estudo.

3.5 Análise de dados

Durante a fase da análise de dados, Wolcott (citado por Vale, 2004) nomeia três competências fulcrais: **descrição, análise e interpretação**. A **descrição** é um método em que o investigador tem que se manter bem perto de todos os dados que recolheu enquanto instrumento de recolha de dados. É necessário descrever tudo quanto possível interpretando o papel de um contador de histórias (...) “os investigadores qualitativos necessitam de ser contadores de histórias, já que ser capaz de contar uma história é

essencial nesta atividade de descrever” (p.12). Coutinho, (2008) afirma que como investigadores nos tornamos atores, deixando-nos invadir pela personagem que nos tornamos, na medida em que nos consideramos “sujeitos da própria investigação” (p.6) A **análise** corresponde à forma como o investigador organiza e narra os dados, isto é, como organiza os dados. Nesta organização dos dados, devem sobressair os aspetos principais e identificar fatores chave. Em último lugar, a **interpretação** que tanto pode surgir antes ou depois das duas competências acima referidas, é um método que envolve o processo de aquisição de significados e conclusões a partir dos dados obtidos.

Tomando como modelo as três situações referidas pelo Wolcott e, adaptando-os à decorrente investigação, podemos referir que a **descrição** correspondeu à escrita de textos decorrentes das observações relativamente ao comportamento, às atitudes, reações dos alunos, bem como as principais dificuldades levantadas antes/durante/após a execução das tarefas, a **análise** correspondeu à leitura das notas no diário (*ver exemplo, anexo 1*) com o auxílio das gravações áudio, das fotografias bem como dos produtos finais elaborados pelos alunos, fazendo assim uma leitura integral de todo este material, para ter assim uma visão completa e abrangente através da qual se foi obtendo um conhecimento mais enraizado do raciocínio das crianças e de todo o trabalho elaborado por eles, a **interpretação** dos resultados/produtos foi adquirida através de sumários finais baseados na análise dos dados, isto é, foram ordenadas as reações, as manifestações bem como as respostas dos alunos tendo em conta a finalidade do estudo e as questões de investigação a que pretendo responder, ou seja, realizou-se uma análise mais minuciosa dos dados de modo a responder às questões de investigação.

Por conseguinte, na análise dos dados, foram nomeados diferentes tipos de estratégias definidas por Orton e Orton (1999) sendo as estratégias mais recorrentes usadas para a construção de padrões. Neste sentido, foi utilizada ao longo da análise de dados de cada tarefa uma tabela com as estratégias do autor.

Estratégias na exploração de Padrões de Orton e Orton (1999)			
<p>▪ <i>Método das diferenças finitas</i></p> <p>Este método baseia-se num entendimento recursivo do padrão no qual o autor considera o mais usado pelos sujeitos. Este método fundamenta-se na assimilação do padrão, alcançando um novo termo em uso do anterior.</p>	<p>▪ <i>Método da contagem</i></p> <p>Este método é empregue na presença de figuras, consiste na contagem das figuras para obter os elementos desejados.</p>	<p>▪ <i>Método baseado na proporcionalidade direta</i></p> <p>Este método assenta numa tentativa da solução apressadamente havendo relações de proporcionalidade entre os termos de ordem que se conectam.</p>	<p>▪ <i>Método linear</i></p> <p>Neste método os alunos atingem uma compreensão completa, isto, uma consciência das operações implícitas.</p>

Tabela 4 – Estratégias de exploração de padrões de Orton e Orton (1999)

Estas estratégias podem ser atingidas por todos os alunos, sendo que os mais velhos alcançam resultados mais satisfatórios. O tipo de generalização que as crianças usam também influencia nos resultados e é um aspeto a ter em conta na análise, verificar que tipo de generalização as crianças alcançam, se generalização próxima ou generalização distante. Isto posto, a análise dos dados esteve, permanentemente, relacionada com as questões identificadas no início da investigação. Essas questões, bem como os instrumentos empregados na recolha dos dados encontram-se sintetizadas na seguinte tabela:

Questões de investigação	Instrumentos de recolha de dados
<p>(I) Quais as estratégias dos alunos na resolução de tarefas com padrões?</p> <p>(II) Quais as dificuldades sentidas pelos alunos na realização de padrões de repetição?</p> <p>(III) Quais as dificuldades sentidas pelos alunos na realização de padrões de crescimento?</p>	<p>→ <u>Observação</u></p> <p>→ <u>Meios audiovisuais</u></p> <p>→ <u>Documentos</u></p>

Tabela 5 – Síntese das questões de investigação e os instrumentos utilizados.

Pode-se constatar na tabela supracitada, as questões que acompanham, desde o princípio, o presente estudo de investigação, são elas: **(I)** Quais as estratégias dos alunos na resolução de tarefas com padrões? **(II)** Quais as dificuldades sentidas pelos alunos na realização de padrões de repetição? **(III)** Quais as dificuldades sentidas pelos alunos na realização de padrões de crescimento?

Para dar resposta a estas questões, como já foi mencionado anteriormente, foi necessário recorrer aos instrumentos da recolha de dados. Note-se que os dados que mostro derivam essencialmente do diário do investigador, uma vez que apurei ser bastante difícil nas resoluções/produtos dos alunos identificar as tarefas que são executadas por iniciativa dos sujeitos das que são elaboradas pelos alunos que reproduziam igual ao colega de carteira. Sendo assim foi crucial questionar os alunos no fim de cada tarefa para tentar

perceber se tinham copiado pelo colega do lado ou feito por iniciativa própria, com a possibilidade de explicar e justificar os seus processos de pensamento/raciocínio ou as suas soluções. No tempo que era destinado para os alunos elaborarem as tarefas a investigadora assumia um papel seriamente ativo de observador. A tarefa das Mandalas no Pré-Escolar surge de maneira a ser incluída no projeto do jardim-de-infância, sendo oportuno inclui-la neste estudo. As tarefas do 1.º ano de escolaridade mais propriamente as tarefas nº1 e nº3 surgem como avaliação diagnóstica, isto é, pretende-se perceber se as crianças, não tendo nenhum conhecimento formal sobre padrões, se aplicam os conhecimentos que possam possuir sobre o tema e quais as estratégias que usam bem como as suas dificuldades. De seguida, as tarefas nº2 e nº4, de forma mais lúdica, surgem no mesmo âmbito apenas com a diferença de o investigador perceber se as crianças progrediram ou se os resultados se mantiveram

3.5.1 Calendarização das intervenções da investigação

A Prática Pedagógica Supervisionada A1 ocorreu de fevereiro a junho de 2015 e a Prática Pedagógica Supervisionada A2 ocorreu entre outubro e dezembro de 2015, sendo o mês de abril e de novembro nomeado para a recolha dos dados para o presente estudo. A sequência e calendarização das intervenções encontram-se sintetizada na seguinte tabela:

Datas	Fase de estudo	Procedimentos
7 de abril	Implementação	Implementação da tarefa <i>As mandalas</i>
17 de novembro		Implementação da tarefa <i>Colares de repetição (1ª parte)</i>
23 de novembro		Implementação da tarefa <i>Colares de repetição com massas (2ª parte)</i>
24 de novembro		Implementação da tarefa Os objetos que crescem (1ª parte)
30 de novembro		Implementação da tarefa <i>Colares de crescimento com massas (2ª parte)</i>

Tabela 6 – Calendarização das intervenções

A recolha de dados incidiu nos dias referidos. A tarefa das mandalas, realizada no contexto do jardim-de-infância, durou cerca de um dia. Todas as outras intervenções relativas ao 1.º ano de escolaridade estavam planificadas para ter a duração de 60 minutos, mas estes não foram cumpridos em nenhum dos dias porque todas as intervenções para o projeto foram intercaladas com as aulas, sendo assim o tempo era escasso. Inicialmente ponderei em questões de tempo porque pensei que uma hora seria muito tempo para a elaboração das tarefas, mas apercebi-me ao longo do tempo que não, o tempo foi curto.

Durante o estudo propriamente dito, observou-se e registou-se notas do diário do investigador sobre as atitudes, reações e dificuldades dos alunos antes/durante/após as intervenções.

Capítulo 4 – Experiência de Ensino e a Análise e interpretação dos dados

4.1 Experiência de Ensino no Pré-Escolar

O jardim-de-infância estava a concorrer ao *Prémio Fundação Ilídio Pinho “Ciência na Escola”* com título do projeto *“O Saber Tradicional Cresce no Meu Quintal”*. Todas as salas do Pré-Escolar estavam a trabalhar arduamente neste projeto. Este projeto surgiu com o intuito de sensibilizar para a prevenção das doenças recorrendo ao uso de plantas que, dadas as suas qualidades, podem ser usadas para reforçar o sistema imunitário, o que contribuirá para a diminuição do uso de medicamentos. As atividades práticas deste projeto eram promotoras do desenvolvimento de competências científicas e favoreciam o diálogo entre os saberes tradicionais e os saberes pós-modernos. Este projeto tinha como objetivos:

- (i) propor atividades práticas promotoras do desenvolvimento de competências científicas;
- (ii) fomentar nas crianças o desenvolvimento de uma cultura científica;
- (iii) conhecer plantas e espécies que têm efeitos terapêuticos;
- (iv) conhecer as aplicações/uso de algumas plantas medicinais;
- (v) promover momentos de pesquisa e de experimentação dentro e fora da sala;

Projeto Ilídio Pinho

Assim, após ter conhecimento deste projeto todas as intervenções na sala do Pré-Escolar foram pensadas e elaboradas através desta temática, intercalando-as com a Matemática e as outras áreas. Neste sentido surgiu a ideia da elaboração das Mandalas que para além de estar relacionada com o projeto da instituição uniu-se à temática deste estudo.

4.1.1 Tarefa-As Mandalas

Objetivo: Elaborar padrões simétricos com flores e folhas.

Conteúdos: A situação proposta parte de uma necessidade real, supracitada em cima, com muito significado para as crianças, pois está-se a desenvolver um projeto no jardim-de-infância submetido a concurso.

Para tal, foi pensada nesta tarefa devido à exploração de padrões com materiais diversos e diferentes serem valorizados e enriquecedores ajudando assim à generalização. A mandala é uma imagem circular composta por um padrão de formas que se repetem simetricamente em torno de um ponto central. “O desenho das mandalas tem sido considerado em contexto educativo um recurso relevante uma vez que tem por base o desenho geométrico e obedece a uma estrutura geométrica, abrindo portas à exploração deste conteúdo em contexto de sala de aula” (Sousa, 2012, p. 58). As crianças ao criarem uma mandala apoderam-se do domínio da coordenação e criatividade e como tal é uma tarefa desafiadora. Neste sentido, o que se pretende com esta tarefa é observar como as crianças aplicam os seus conhecimentos e o mais importante a criatividade, como elaboram a sua mandala, no que pensaram para fazer o padrão que irão representar.

Implementação da tarefa: Na sala, cada criança deverá ocupar um lugar sentado na área da reunião. Para contextualizar esta tarefa, inicialmente, introduzir-se-á o tema “Mandalas”. Perguntar-se-á às crianças se elas sabem o que é uma mandala ou se já viram alguma. É importante durante a intervenção dar ênfase ao diálogo com o grupo. Durante o diálogo, as intervenções vão no sentido de clarificar aspetos relacionados com as mandalas. No período da manhã iremos ao Parque Infante D. Pedro (Parque da Macaca) recolher flores, plantas (pétalas e folhas), para o grupo construir as suas mandalas. Este momento será crucial porque enquanto as crianças apanham as flores e as plantas ter-se-á o cuidado de lhes perguntar se as conhecem se sabem o seu nome, entre outros aspetos que possam surgir. As crianças terão consigo uma caixa, onde deverão ser colocadas as plantas/flores que decidam recolher para a construção da sua mandala. Já de regresso à sala, as crianças organizarão por “família”, por exemplo, selecionaram todas as rosas e colocaram-nas em cima de uma folha A3, tomaram esse procedimento com o restante material que apanharam

no parque para ser mais fácil depois puderem organizar o material para elaborarem as mandalas.

Já no período da tarde, após o almoço, irá ser mostrado às crianças, na área da reunião, um exemplo de uma mandala elaborada pela investigadora com o propósito de lhes dar a conhecer o que é previsto fazer, tendo em conta a importância de um padrão e a simetria em torno de um ponto central. Seguidamente o grupo distribui-se pelas mesas de forma a estarem confortáveis para, individualmente, elaborarem a sua mandala. Disponibilizar-se-á a cada criança uma base para a construção das mandalas (círculo com o centro assinalado – cartão). Utilizando as pétalas e folhas das plantas que recolheram, deverão construir padrões simétricos em torno do centro assinalado no cartão.

Estratégias envolvidas: Nesta tarefa e em todas as tarefas ter-se-á em atenção o nível de generalização envolvida: generalização próxima. Esta intervenção que foi especialmente elaborada para a Educação Pré-Escolar. Prevê-se que o grupo atinga um nível de generalização próxima, isto é, pressupõe-se que as crianças elaborem a sua Mandala através da estratégia da contagem com o auxílio do material que vão usar para manter a mandala simétrica. Com isto, averiguar-se-á quais as dificuldades das crianças e que raciocínio tomaram.

4.1.2 Análise e interpretação dos dados

Numa fase inicial, como forma de contextualização da tarefa, introduziu-se o tema mandalas através de diálogo. Questionou-se as crianças para reter o que estas já sabiam acerca desta temática. Já tinha sido informada pela Educadora que as crianças gostavam imenso de pintar mandalas e tinham autonomia de ir a uma capa que a Educadora tinha só com mandalas para as crianças pintarem.

Educadora: Vocês já ouviram falar em Mandalas?

Crianças: Sim. Costumamos pintar muitas aqui na sala.

Educadora: Muito bem. E gostam?

Crianças: Sim!

Educadora: E quem me sabe explicar o que é uma Mandala.

Ricardo: Uma mandala é um círculo e nós temos que pintar um lado igual ao outro.

Educadora: Então o que acham de fazermos de tarde uma Mandala em cartão? Diferente daquelas que vocês costumam fazer.

Crianças: Queremos.

O grupo ficou empolgadíssimo.



Figura 2 - Crianças a apanhar as pétalas e folhas para a elaboração da Mandala.

No parque, as crianças recolheram muitas flores e folhas de plantas espontaneamente colocando o que recolhiam dentro de caixas que levamos para este fim.

Depois de terem recolhido material suficiente, puderam brincar livremente no Parque Infantil existente no Parque Infante D. Pedro (Parque da Macaca) o que deixou o grupo radiante. Num segundo momento, na sala, as crianças decompuseram as plantas que apanharam e agruparam-nas por “família”. *E.g.*: folhas de carvalho num grupo, pétala de rosa noutro grupo, pétalas de tulipa noutro grupo e assim sucessivamente (*Figura 3*).



Figura 3 - Agrupar as flores e folhas por “família”

Seguidamente, na área da reunião, mostrou-se às crianças um exemplo elaborado pela investigadora (*Figura 4*) explicando-lhes como poderiam fazer a sua mandala tendo em conta a simetria em torno de um ponto central.



Figura 4 - Apresentação de uma mandala feita pela Educadora

Posteriormente, cada criança ocupou um lugar sentado. Disponibilizou-se a base para a construção das mandalas em cartão. Utilizando as pétalas e folhas das plantas que recolheram, construíram padrões de forma simétrica e regular em torno do centro assinalado no cartão. O principal objetivo era observar quais as estratégias que usavam para

elaborar as mandalas, e quais as dificuldades contidas. Por último, realizou-se a sua discussão.

Importa referir que sete alunos do grupo faltaram ao jardim-de-infância no dia 7 de abril de 2015. Deste modo, a análise das Mandalas será feita tendo em conta as produções de treze crianças.

Estratégias de exploração de padrões utilizadas pelos alunos.	Número de alunos
Contagem	5
Diferenças finitas	7
Proporcionalidade direta	0
Linear	0
Não aplicou nenhuma das estratégias	1

Tabela 7 – Estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos na construção das Mandalas

Face à tabela acima supracitada, cinco alunos optaram por criar o padrão da Mandala com base na estratégia da contagem e sete alunos optaram pela estratégia das diferenças finitas. Nenhum aluno aplicou as estratégias da proporcionalidade direta e a linear. Um aluno não alegou nenhuma das estratégias.

A Mandala 1 (*figura 5*) foi elaborada por um aluno no qual usou a estratégia de contagem. O aluno abordou-me da seguinte forma:

José: “Daniela, se eu fizer estas duas linhas (como podemos ver na *figura 5*) o lado direito vai ficar igual ao lado esquerdo e o de baixo vai ficar igual do de cima. Vou colar só quatro folhas.

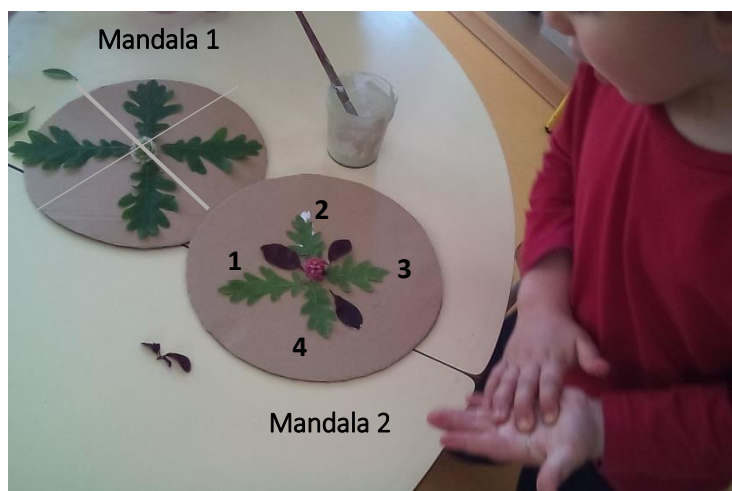


Figura 5 - Mandalas com abordagem à estratégia da contagem

O José depois de limitar no seu cartão, com as linhas perpendiculares, aquilo que pretendia colou as quatro folhas. Foi habilidoso e prático ao criar a sua mandala.

Na Mandala 2 (*figura 5*) o Henrique começou por preencher a mandala com as folhas verdes e maiores, com o objetivo de lhe facilitar. O aluno antes de passar à colagem das folhas tinha-as enumerado em cima do cartão, isto é, recorreu à contagem. O aluno precisou de uma confirmação da minha parte para avançar com a colagem.

Henrique: Daniela, já sei como vou fazer. Podes ver? Vou colar primeiro esta folha (e apontou para a folha 1) depois meto igual deste lado (folha 2), agora meto igual em baixo (folha 3) e meto outra igual ao lado (folha 4). É assim, não é? Depois vou fazer igual com aquelas quatro folhas mais pequeninas.

As crianças que utilizaram a estratégia da contagem para criar o padrão livre na mandala apresentavam uma ótima disposição e organização, tinham o cuidado de colocar o material organizado no cartão antes de o colar sendo que algumas crianças necessitavam da minha validação para assim o fazer. Para além disso, as crianças quando se deslocavam até ao material já tinham pensado em quantas folhas e flores precisavam, então iam somente buscar a quantidade que necessitavam.

Na Mandala 3 (*figura 6*) a Helena recorreu à estratégia das diferenças finitas. Começou por colar de imediato no cartão sem fazer qualquer previsão do que pretendia. Ela foi repetindo o processo de colocar folhas à volta do cartão, repetindo esse procedimento relativamente ao anterior.



Figura 6 - Mandala com abordagem à estratégia das diferenças finitas

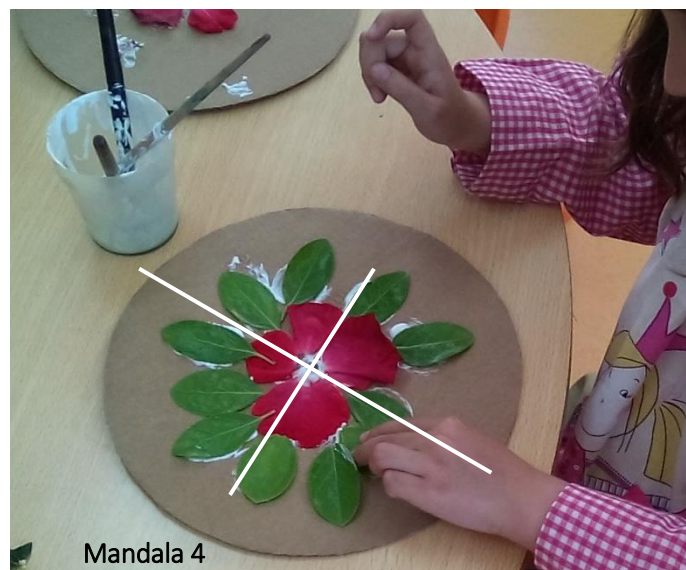


Figura 7 - Mandala com abordagem à estratégia das diferenças finitas.

O mesmo aconteceu com a Maria na Mandala 4 (*figura 7*). Elaborou a sua mandala de forma repetida, usando os materiais de um jeito similar ao que foi iniciado, isto é, a criança interpretou o seu padrão, indo à procura do seguinte em uso do anterior. Ao dividir a Mandala 4 com linhas perpendiculares, como podemos observar na *figura 7* verificamos que não há igualdade, isto é, não há uma correspondência entre as quatro partes. Ao comparar Mandala 4 (*figura 7*) com a Mandala 1 (*figura 5*) do José pode-se verificar que o fato de o José ter iniciado a divisão do seu cartão em quatro partes iguais e empregar a estratégia da contagem fez com que a mandala fica-se disposta de forma simétrica e regular ao contrário desta aluna que usou a estratégia das diferenças finitas.

As crianças que elaboraram as mandalas recorrendo à estratégia das diferenças finitas tinham outro tipo de organização. Recorriam ao material (folhas e flores) e traziam para a sua beira uma quantidade enorme sem ter noção da porção que iriam precisar.

O nível de generalização alcançado pelas treze crianças foi a generalização próxima. Estas tanto obtinham um padrão através da contagem ou então baseavam-se num entendimento recursivo do padrão como foi o caso das crianças que adotaram a estratégia das diferenças finitas.

Para um melhor entendimento acerca das dificuldades sentidas pelo grupo, após a elaboração das mandalas reunimo-nos na área da reunião e conversamos um pouco.

Educadora: O que gostaram mais de fazer no dia de hoje?

Helena: Eu gostei de ir ao parque e estar lá a apanhar flores e também gostei de fazer as Mandalas. Gostei de tudo.

(Estavam todas as crianças radiantes a dizer ao mesmo tempo que tinham gostado)

Educadora: Estou a ver que vocês gostaram todos do dia de hoje, eu também adorei. Mas eu quero saber se houve alguém que teve dificuldades em fazer as Mandalas.

O grupo não constatou nenhuma dificuldade evidente. Todos disseram que não. Esta atividade lúdica fez com que as crianças se sentissem bem e felizes sem se aperceberem que estavam a ter um olhar observador ativo para posterior análise.

4.2 Experiência de Ensino no 1º Ciclo do Ensino Básico – 1º ano

Como investigadora deste estudo as tarefas foram devidamente pensadas e preparadas antes de produzidas pelos alunos tentando sempre ir de encontro ao interesse das crianças. Para tal, foi importante colocar-me no lugar das crianças o que me levou a pensar o que elas poderiam gostar de fazer dentro desta temática. As intervenções pertencentes ao 1.º ano de escolaridade foram implementadas no mês de novembro. Estas tiveram que ser intercalas com as aulas e de forma transversal.

4.2.1 Tarefa nº 1 - Colares de repetição

Objetivo: Desenvolver dois padrões com imagens diferentes.

Conteúdos: A implementação desta tarefa surgiu como avaliação diagnóstica, isto é, pretende-se perceber que tipo de padrões as crianças constroem, quais as dificuldades sentidas e se aplicam os conhecimentos que possuem sobre esta temática.

Primeiramente, e para auxiliar a criança no seu modo de interpretação, usar-se-á exemplos, discutidos através de diálogo, escolhidos a partir de situações do quotidiano, visando a compreensão das questões e a clarificação de ideias, consideradas essenciais para que as crianças envolvam na tarefa. Sendo assim o diálogo será intensificado dando exemplos como Vale (2007) apresenta:

Elas aprendem poemas e canções que se baseiam na repetição e no crescimento de padrões. Por outro lado, os alunos já sabem que: “o verde aparece depois do vermelho no semáforo”; “a Primavera segue o Inverno; o Verão segue a Primavera; o Outono segue o Verão”; “o pequeno-almoço aparece primeiro que a escola”; “a noite segue ao dia”; (...) no papel de embrulho, nos tecidos, nos azulejos, nas pavimentações ou em figuras que podem ser identificadas, descritas e desenhadas (p. 56)

Num primeiro momento pretende-se que os alunos façam um padrão com os recortes de modo a identificar os constrangimentos perante esta atividade. Procura-se, com esta tarefa, verificar se as crianças constroem padrões de repetição, quais as dificuldades sentidas e qual o raciocínio que adotam na elaboração dos mesmos.

As crianças deverão ser incentivadas a descrever como pensaram e a justificar os motivos que as levaram a colocar uma figura em determinado sítio. Colocando à disposição das crianças diversos cartões com imagens geométricas diferentes e de expressões faciais diferentes, com o objetivo de desafiar o grupo a inventar dois padrões.

Implementação da tarefa: Tendo em conta a faixa etária do grupo e não sendo uma tarefa na qual estão formalmente familiarizados para começar a tarefa é fundamental que haja uma discussão sobre o que são os *Padrões* e reter o que eles já sabem acerca dos padrões de repetição. Para tal colocar-se-á questões à turma com o intuito de recolher os seus conhecimentos prévios sobre esta temática, para que elas possam construir uma compreensão básica e intuitiva sobre eles. Questões, como: *Quem é que já ouviu falar na palavra padrões? E padrões de repetição? Vocês sabem que os podemos encontrar à nossa volta todos os dias?* Entre outras questões que vão surgindo no momento. O essencial é estimular o grupo a explorar e a compreender o conhecimento tanto formal como informal, e usar uma variedade de exemplos do quotidiano para ajudar a classificar os conceitos. Primeiramente, antes de o grupo começar a desenvolver os seus colares, é oportuno elaborar um colar no quadro interativo, exemplificando-o, para que as crianças entendam o que se pede e compreendam o conceito de padrão de repetição. Não se pretende fazer um colar no quadro para que eles imitem, mas sim para entenderem melhor, logo a participação do grupo na elaboração deste exemplo será favorável.

Seguidamente, os alunos passarão à elaboração dos seus colares. Numa folha em branco, com dois “colares” desenhados as crianças têm que colar os recortes facultados pela investigadora. Serão distribuídos nove recortes de expressões faciais (triste, contente e a chorar), e mais nove recortes com formas geométricas (quadrado, círculo e triângulo). Com ambos os recortes as crianças terão que fazer um padrão como pretendem, sem qualquer regra, ordem, disposição, regularidade, sequência, configuração e generalização imposta. Enquanto os alunos estiverem na elaboração dos colares o papel do investigador é de observação e de apoio caso os alunos solicitem.

Estratégias envolvidas: Ter-se-á em atenção o tipo de generalização envolvida: generalização próxima. Nesta intervenção prevê-se que o grupo atinga um nível de generalização próxima, isto é, pressupõe-se que as crianças elaborem os seus colares através da estratégia de contagem do material que vão usar para elaborar os colares. Com isto e com o diálogo feito com a turma averiguar-se-á quais as dificuldades das crianças e que raciocínio tomaram.

4.2.2 Análise e interpretação dos dados

Como mencionado em cima na implementação da tarefa, iniciou-se assim a aula com um diálogo. Momento importante para lhes dar a perceber e a conhecer de maneira mais formal os padrões de repetição.

Professora: “Quem é que já ouviu falar na palavra padrões?”

(Ninguém se manifestou nesta questão. Ainda se ouviu algumas crianças a dizer “não sei”. Sendo assim, de seguida fez uma outra questão.)

Professora: “E em padrões de repetição, alguém já ouviu falar?”

(Algumas crianças colocaram os dedos no ar. Neste sentido dei a palavra a um menino.)

Manuel: “É por exemplo, tenho um lápis azul, um lápis vermelho e um lápis preto depois tenho que repetir: lápis azul, lápis vermelho e lápis preto.”

Professora: “Muito bem Manuel. Isso é um padrão de repetição. Ao qual definiste a tua classe como sendo um lápis azul depois um vermelho e por último um preto.”

Carla: “Mas Daniela, não podemos usar outras coisas sem ser lápis?”

Professora: “Claro que sim. Em que estás a pensar Carla?”

Carla: “Podemos usar o tangram?”

Professora: “Podes. Mas como farias?”

Carla: “Punha, por exemplo, um quadrado, um círculo e um triângulo pequeno.”

Professora: “Muito bem Carla. Podemos usar diversos objetos e materiais para formamos o nosso padrão de repetição”.

Assim, procurou-se estimular os alunos a explorar e a compreender o seu conhecimento tanto formal como informal, e usar uma variedade de exemplos do quotidiano.

Professora: As canções que vocês aprendem são baseadas na repetição. Num semáforo já sabem que o verde aparece depois do vermelho. As estações do ano, por exemplo, a primavera é a seguir do inverno e o verão a seguir à primavera; o pequeno-almoço vocês tomam primeiro e só depois é que vêm para a escola; entre outros exemplos. Em conjunto elaborou-se um colar, tomado como exemplo, para que as crianças entendessem o que se solicitava, e assim foi mais fácil para entenderem o conceito de padrão de repetição.

Professora: Eu vou fazer aqui no quadro um colar apenas para vos dar umas dicas, mas preciso de toda a vossa ajuda (*desenhei um colar no quadro interativo*). Então eu começo por colocar um triângulo e um círculo e defino assim a minha classe. E agora o que meto a seguir?

(Estavam todos a falar ao mesmo tempo a dizer “a seguir metes triângulo e círculo e é sempre assim”. Neste pequeno momento deu para reter que a maior parte, senão toda, da turma tinha percebido perfeitamente o que era pretendido.)

Professora: Muito bem. Vejo que vocês já sabem.

De seguida cada aluno passou à elaboração do seu colar.

Importa referir que três alunos faltaram ao colégio no dia 17 de novembro de 2015. Deste modo, a análise dos colares de repetição será feita tendo em conta as produções de vinte e quatro crianças.

A seguinte tabela mostra os resultados conseguidos após a concretização da tarefa:

Estratégias de exploração de padrões utilizadas pelos alunos.	Número de alunos
Contagem	7
Diferenças finitas	14
Proporcionalidade direta	0
Linear	0
Não aplicou nenhuma das estratégias	3

Tabela 8 – Estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos na construção dos colares de repetição

Face à tabela acima referida, sete alunos optaram por criar colares de repetição com base na estratégia da contagem e catorze alunos optaram pela estratégia das diferenças finitas. Nenhum aluno optou pelas estratégias da proporcionalidade direta e linear. Três alunos não apresentaram nenhuma das estratégias.

Verifica-se na *figura 8* dois colares desenvolvidos através da estratégia da contagem. Pode-se confirmar que no 1º colar e 2º colar o aluno conseguiu identificar um modelo de repetição, mas não os conseguiu concluir. No 1º colar o aluno começou por definir a sua classe (*figura 8*) utilizando quadrado, triângulo e círculo, mas não concluiu com exatidão. Relativamente ao 2º colar identificou bem a primeira classe, colocou a expressão feliz, chorar e triste (*figura 8*) mostrando de seguida presença de alterações das imagens, isto é, não apresentou regularidade neste colar alterando totalmente a sua ordem.

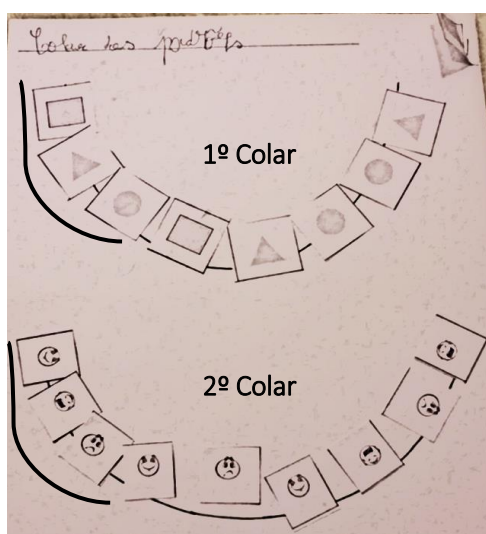


Figura 8 - Registo de dois colares com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.

Professora: Rui, como pensaste para fazer assim os teus colares?

Rui: contei. Neste (1ºcolar) eu contei. Peguei num quadrado, num triângulo e num círculo e depois voltei a contar mais um quadrado, um triângulo e um círculo. Neste (2ºcolar) foi igual também contei.

Professora: Nos colares definiste bem a tua classe mas depois não a repetiste bem. Porquê?

Rui: Oh! Não sei.

Infelizmente a justificação deste aluno não me esclareceu. O Rui não conseguiu argumentar de forma convincente o seu raciocínio tendo mostrado dificuldades na elaboração dos colares.

Na *figura 9* a Sónia também usou a estratégia da contagem.

A aluna no 1º colar (*figura 9*) tem um padrão com a classe quadrado, triângulo e círculo, igual ao do Rui (*figura 8*) com a única diferença de que ela finalizou corretamente o padrão do colar.

No 2º colar a classe que a aluna definiu foi a expressão feliz, triste e chorar. Podemos verificar regularidade, isto é, ausência de alterações e um movimento cadenciado com ritmo.

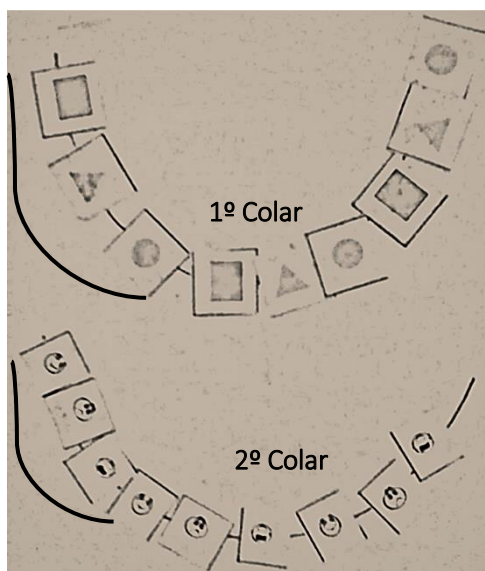


Figura 9 - Registo de dois colares com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.

Professora: Sónia, como pensaste para elaborares o teu colar?

Sónia: Primeiro meti por ordem as peças que ia usar. Depois contei-as. No colar das formas geométricas meti primeiro o quadrado, depois triângulo e depois círculo e depois a figura quatro era outra vez o quadrado e a figura cinco o triângulo e a figura seis o círculo. No colar das carinhas fiz igual.

A aluna conseguiu exprimir-se de forma clara.

A Cristiana, também usou a estratégia da contagem para elaborar os seus colares (*figura 10*). A aluna selecionou apenas algumas peças dando apenas uso, em cada colar, a seis figuras. A aluna argumentou que ao usar só as seis figuras os colares ficavam mais bonitos e era mais rápido.

No 1º colar a aluna tomou a sua classe: círculo e quadrado. No 2º colar optou por definir a classe feliz, triste.

Professora: Cristiana, de que forma pensaste para fazeres os teus colares?

Cristiana: Fiz assim, olha (aponta para o 1º colar) círculo número um, quadrado número dois, círculo número três, quadrado número quatro, círculo número cinco e quadrado número seis. E neste (2º colar) foi igual também contei.

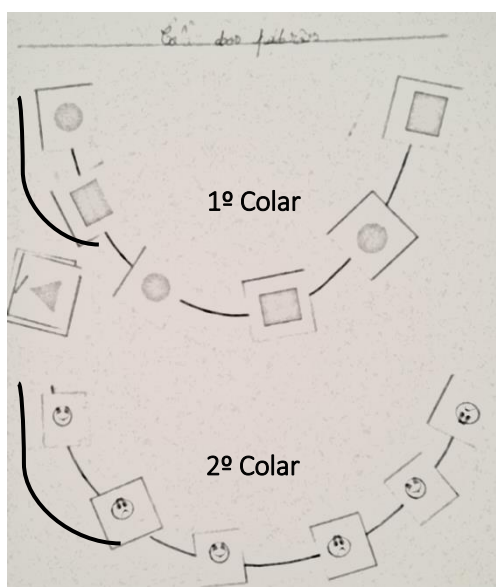


Figura 10 - Registo de dois colares com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.

A Cristiana, justificou claramente a interpretação dos seus colares. Foi a única aluna que usou apenas seis figuras em cada colar. Os colares apresentam regularidade de movimento e uma disposição, isto é, uma ordem conveniente.

Relativamente às dificuldades sentidas pelos alunos que adotaram a estratégia da contagem não se verificaram grandes dificuldades. Houve um pequeno número de alunos que sentiram inseguros relativamente à forma como queriam iniciar o padrão, mas quando assim o fizeram tornou-se mais fácil. Ao longo da elaboração dos colares as crianças sentiam-se confiantes não demonstrando nenhum problema aparente.

Na *figura 11* deparamo-nos com os colares elaborados pelo Guilherme, este aluno recorreu à estratégia das diferenças finitas.

No 1º colar o aluno definiu a sua classe com as figuras círculo, quadrado e triângulo.

No 2º colar, podemos identificar a classe com as figuras das expressões feliz, chorar, triste.

Professora: Guilherme, como pensaste para organizares os teus colares?

Guilherme: No das formas geométricas (1º colar) pensei nas primeiras três figuras para depois poder repeti-las e escolhi um círculo, um quadrado e um triângulo. E depois para acabar com as outras figuras via sempre pela última.

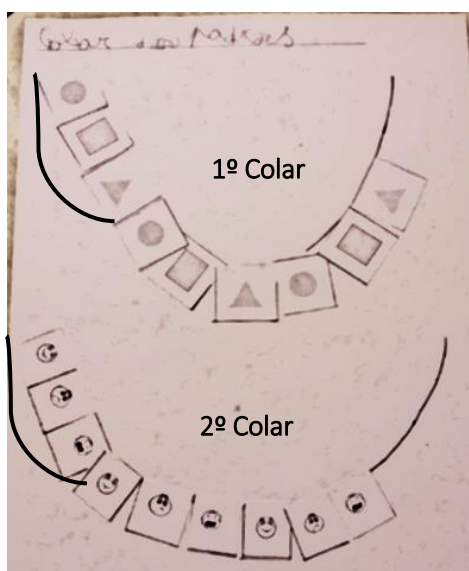


Figura 11 - Registo de dois colares com modelo de repetição identificado através da estratégia das diferenças finitas.

O aluno guiou-se sempre pela classe anterior para conseguir alcançar a classe seguinte. Baseando-se num entendimento recursivo do padrão.

Professora: E este colar (2º colar)?

Guilherme: Fiz como fiz o primeiro. Foi igual.

O esclarecimento do Guilherme, ou seja, a forma como descreveu o processo de repetição do padrão dos seus colares e a forma como o fez entende-se que o aluno assumiu um pensamento recursivo. No padrão verificou-se que o aluno apresentou as figuras dispostas numa ordem certa com regularidade de movimento.

Na *figura 12* a Raquel também empregou a estratégias das diferenças finitas.

A aluna no 1º colar definiu a sua classe com as figuras: círculo, triângulo e quadrado.

No 2º colar podemos observar que a classe que definiu foi com as expressões: feliz, triste e chorar.

Professora: Raquel, em que pensaste para fazeres os teus colares?

Raquel: Olha Daniela fui rápida a pensar. Este colar (1º colar) colei logo um círculo, triângulo e um quadrado. E depois de estarem bem colados fiz sempre assim, copiava.

E neste colar (2º colar) foi mais fácil. Colei a carinha feliz, depois triste e depois chorar. E também fiz igual ao de cima. Meti as carinhas nesta ordem porque nós primeiro estamos feliz e depois podemos ficar tristes e depois podemos ficar muito triste e choramos.

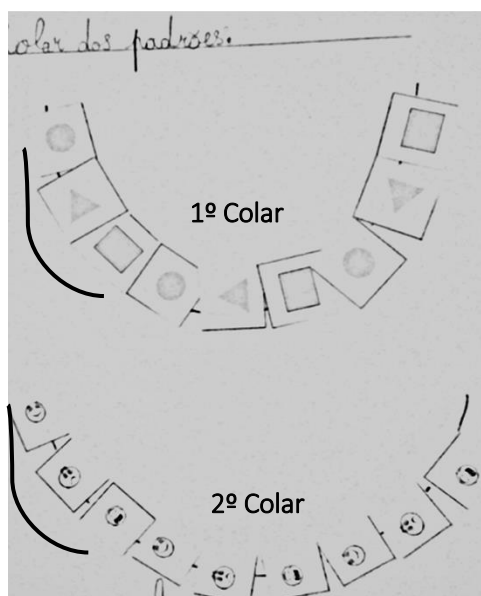


Figura 12 - Registo de dois colares com modelo de repetição identificado através da estratégia das diferenças finitas.

A Raquel era sem dúvida a rapariga mais extrovertida da turma. Tinha uma necessidade enorme de mostrar as suas emoções, era muito curiosa e enérgica. Uma aluna maravilhosa como todos os outros.

O pensamento da Raquel foi claro. Através da sua resposta, percebeu-se que a estratégia usada foi a das diferenças finitas. Primeiramente, estabeleceu uma ordem estruturada quando decidiu colar de imediato a classe e depois recorrendo à classe anterior continuou as seguintes.

Os alunos que não apresentaram nenhuma das estratégias não conseguiram desenvolver nenhum dos colares. Essas três crianças não compreenderam que tinham que definir uma classe e que essa classe era a unidade que se repetia.

Professora: Ricardo, porquê que não fizeste nenhum colar?

Ricardo: Oh! Não sabia como começar.

Professora: E tu, Leonor?

Leonor: É difícil.

Professora: E tu Hugo porquê que não conseguiste?

Hugo: Não tinha a certeza se estava bem, então não fiz.

Infelizmente, as respostas destes alunos não me esclareçam quanto às dúvidas e dificuldades. Estas crianças tinham dúvidas de como poderiam iniciar o padrão tornando-se inseguros para realizarem o trabalho.

No fim, de forma geral questionou-se os vinte e um alunos que empregaram as estratégias para perceber se sentiram dificuldades. Os alunos não apontaram nenhuma dificuldade evidente. Alguns disseram que foi difícil iniciar o padrão, ou seja, foi difícil definirem uma classe sozinhos.

Nesta tarefa a estratégia que ressaltou, sem sombra de dúvidas, foi a das diferenças finitas, como se pode verificar na tabela em cima supracitada. Foi utilizada por catorze alunos. Os colares apresentados por estes alunos eram semelhantes aos que foram aqui interpretados, caindo assim na repetição. É de destacar como os alunos se encontravam dispostos em pares, por vezes via-os a partilharem ideias, daí surgir colares iguais. Neste sentido, foi benéfico observar que conversavam e partilhavam ideias acerca dos colares.

O nível de generalização que os alunos atingiram foi a generalização próxima. Alguns alunos contavam o material para obter a classe a seguir e outras crianças guiavam-se pela classe anterior para obter a seguinte, adotando assim pelo raciocínio recursivo.

4.3 Tarefa nº 2 – Colares de repetição com massas.

Objetivo: Desenvolver colares de repetição com massas.

Conteúdos: Num primeiro momento, pretende-se relembrar o que foi abordado na tarefa nº1 e num segundo momento passar para a elaboração dos colares com massas. Esta intervenção surge com o intuito de aprofundar de forma mais lúdica o conhecimento dos padrões de repetição. Após os conceitos que as crianças reterão é de garantir a grande motivação para esta tarefa. Nesta fase, é primordial que o grupo use e abuse do material dando-lhes um à vontade para realizarem o que quiserem.

Implementação da tarefa: Primeiramente relembrar-se-á o que foi dado na primeira intervenção, na qual se aborda o tema padrões, mais precisamente padrões de repetição. Inicia-se por colocar questões ao grupo, com o intuito de perceber o que adquiriram. Questões como: *Lembram-se de falarmos sobre padrões? Quem é que me sabe explicar o que são padrões de repetição? Quem me sabe dizer onde podemos ver padrões no nosso dia-a-dia? Desde que nos levantamos até irmos dormir.* Conforme o desenvolvimento da conversa, com certeza, vão surgindo outras questões. No fim do diálogo, ao qual acho fundamental, passar-se-á à explicação da tarefa. Para tal, será distribuído linhas e massas por cada aluno.

Pretende-se ser breve no esclarecimento do que têm a fazer não é necessário dar pormenores, pois o objetivo é ver até onde vai a criatividade de cada um e não lhes impor a fazer algo. Usar este tipo de material, designado como material não estruturado que não apresenta conexões matemáticas, leva à criatividade. Após distribuir o material explica-se à turma que, com o material que têm à sua frente terão que fazer um colar de repetição, muito parecido com o que tinham feito na outra aula, só que agora tinham um material

diferente. Para melhor entenderem será iniciado um colar na aula. Este colar será iniciado com duas massas de cotovelos e de seguida a turma será questionada do que tenho que colocar a seguir e qual a regra em que pensaram. Não é para concluir o colar, mas sim para o grupo entender melhor. Assim passa-se à execução dos colares.

Estratégias envolvidas: Ter-se-á em atenção o tipo de generalização envolvida: generalização próxima. Nesta intervenção prevê-se que o grupo atinga um nível de generalização próxima, isto é, pressupõe-se que as crianças elaborem um padrão nos seus colares através da estratégia da contagem e da estratégia das diferenças finitas adotando assim um pensamento recursivo do padrão. Esta informação será alcançada através do diálogo com os alunos ao fim da elaboração dos colares, com isto, averiguar-se-á quais as dificuldades das crianças e que raciocínio tomaram.

4.3.1 Análise e interpretação dos dados

Como mencionado acima na implementação da tarefa, lembrou-se o que foi dado na primeira intervenção

Professora: Lembram-se de falarmos sobre padrões?

(ao qual toda a turma respondeu empolgadíssima “sim”)

Professora: Então quem é que me sabe explicar o que são padrões de repetição?

(muitas crianças colocaram o dedo no ar para responderem)

Joana: São coisas que se repetem. Daniela hoje trouxe um colar com borboletas que se repetem.

(a Joana trazia um colar de borboletas de cores diferentes que se repetiam de duas em duas. Então disse à Joana para vir ao centro da sala e mostrar o colar à turma e falar um pouco sobre o colar).

Joana: O meu colar é de borboletas, estão a ver?! E tem duas borboletas vermelhas, duas azuis e duas roxas.

Professora: Muito bem Joana. Meninos alguém me sabe dizer onde podemos ver padrões no nosso dia-a-dia? Desde que nos levantamos até irmos dormir.

Nuno: A minha mãe tem um quadro em casa que tem quadrados e retângulos e eles repetem-se.

Martim: Os meses do ano estão sempre a repetir. Quando chegamos a dezembro voltamos a janeiro.

Carolina: (mostra o seu caderno) no meu caderno também tem.

(o caderno da Carolina tinha losangos de diversas cores)

Professora: Muito bem. Estou a ver que vocês já sabem.

Professora: Meninos, como podem ver tenho no fio de pesca duas massas de cotovelos e agora como posso continuar?

Rui: Podes por mais duas de cotovelos e depois quatro de tubos e depois continuas quatro de cotovelos e quatro de tubos até acabar o fio.

Professora: Muito boa sugestão. Alguém me pode dar outra sugestão diferente?

Martim: Agora podes por dois tubos e depois continuas duas massas de cotovelos e duas massas de tubo até acabar.

Após a conclusão dos colares passou-se à sua discussão.

Todos os alunos estiveram presentes na aula do dia 23 de novembro de 2015. Deste modo, a análise dos padrões de repetição com massas será feita tendo em conta as produções de vinte e sete alunos.

Ao ver todos os colares verifiquei que havia muitos iguais com o mesmo padrão. Para simplificar e rentabilizar o tempo, pois este era muito curto, as crianças com o mesmo padrão dirigiam-se ao centro da sala e havia uma ou duas crianças que falavam sobre o colar e sobre a forma como pensaram para o fazer respondendo assim às minhas perguntas. Este método acabou por ser interessante e enriquecedor porque todos os alunos viam os colares dos seus colegas e ouviam as suas interpretações. No entanto na discussão em grupo, acabou por todos os elementos participarem e ao assimilar as respostas das crianças tentei reunir toda a informação para posteriormente analisar qual a estratégia que se destacou.

A seguinte tabela mostra os resultados conseguidos após a execução da tarefa:

Estratégias de exploração de padrões utilizadas pelos alunos.	Número de alunos
Contagem	10
Diferenças finitas	16
Proporcionalidade direta	0
Linear	0
Não aplicou nenhuma das estratégias	1

Tabela 9 – Estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos na construção dos colares de repetição com massas

De acordo com a tabela acima supramencionada podemos verificar que dez alunos apresentaram nos seus padrões a estratégia da contagem e dezasseis alunos a estratégia das diferenças finitas. Não houve alunos a aplicarem as estratégias da proporcionalidade direta e linear. Houve um aluno que no seu padrão não apresentou nenhuma das estratégias. Na *figura 13* vemos o colar do Diogo.

O colar deste aluno tem como padrão um tubo dois cotovelos. Este padrão foi utilizado por cinco crianças. Estas cinco crianças adotaram a estratégia da contagem.



Figura 13 - Colar com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.

Estes alunos dirigiram-se ao centro da sala com os seus colares.

Professora: Diogo, em que pensaste para fazer o colar?

Diogo: Peguei numa massa de tubo e em duas massas de cotovelos. E depois fiz sempre assim.

Professora: Sempre assim como? Explica-me.

Diogo: Eu sabia que ao fim de duas massas de cotovelos tinha que meter um tubo e sabia que ao lado do tubo tinha que meter duas massas de cotovelos. Ia contando, um dois, um, dois...

Quando perguntei aos outros alunos para me explicarem como fizeram eles respondiam “Fiz como o Diogo” ou então explicavam o mesmo raciocínio por outras palavras. Bastava um falar e explicar-se que todos os outros tinham feito igual.

Houve um aluno que disse:

Ricardo: Eu contei três.

Professora: Contaste três? Não percebi. Explica-me.

Ricardo: Meti três massas e depois sabia que tinha que meter sempre aquelas três massas até acabar o fio.

Na *figura 14* apresentamos o colar da Jéssica. Esta aluna utilizou como classe do seu padrão dois tubos dois cotovelos (*figura 14*). Houve mais quatro alunos que obedeceram a este padrão.

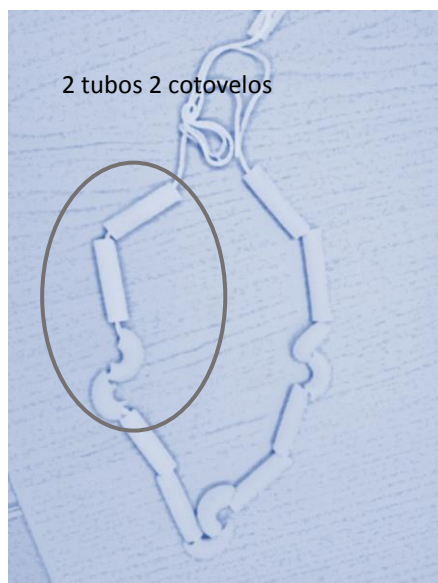


Figura 14 - Colar com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.

Os quatros alunos dirigiram-se ao centro da sala.

Professora: Jéssica, como pensaste para fazer o teu colar?

Jéssica: Contava sempre dois tubos dois cotovelos dois tubos dois cotovelos dois tubos dois cotovelos até não caber mais nenhuma massa.

A aluna contava as massas que pretendia colocar no colar sem se focar na classe que tinha definido no início. Os outros três alunos disseram que fizeram igual à Jéssica porque combinaram, então fiz com que estes alunos repetissem para os colegas a explicação da Jéssica para assim perceberem o que fizeram.

Por último houve três alunos que fizeram o colar da *figura 15*. Estes alunos também utilizaram a estratégia da contagem. O colar (*figura 15*) é da Gabriela e tem como classe estabelecida três tubos três cotovelos.

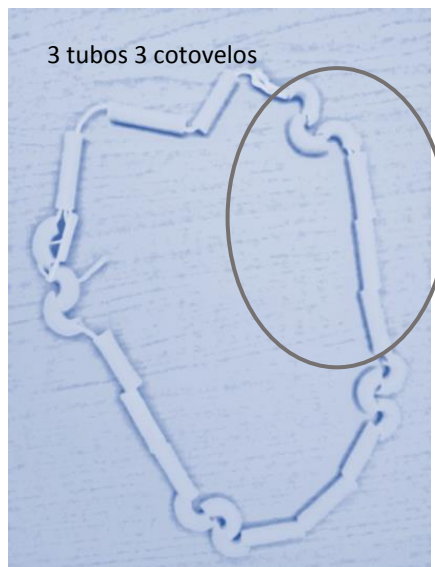


Figura 15 - Colar com modelo de repetição identificado através da estratégia da contagem.

Os três alunos dirigiram-se ao centro da sala com os seus colares para mostrar à turma.

Professora: Gabriela, como pensaste para fazes o teu colar?

Gabriela: Pensei como a Jéssica. Contava sempre três tubos três cotovelos três tubos três cotovelos três tubos três cotovelos até não caber mais nenhuma massa.

A Gabriela repetiu o pensamento da Jéssica, o que chega à conclusão que a aluna não teve um raciocínio próprio. No entanto outro aluno desse grupo disse:

Martim: Eu também contei, mas antes de enfiar no fio meti na mesa primeiro três massas de tubos, uma fila só com três massas de tubo e deixei um espaço para meter as três massas de cotovelos e depois é que meti no fio.

O Martim teve uma organização diferente das outras crianças. Ele pensou e organizou o seu padrão na mesa antes de o colocar no fio. Todas as outras crianças iniciavam por colocar logo no fio e dar assim continuidade ao seu padrão. Foi um método diferente.

No total, dez alunos basearam-se na contagem das massas para obter os termos pretendidos. Houve regularidade nos seus padrões desde o início até ao fim, seguiram o seu padrão com um modelo repetição correto e com ritmo.

Seguidamente, dirigem-se ao centro da sala os dezasseis alunos que tinham os padrões de acordo com a estratégia das diferenças finitas.

O padrão que estes dezasseis alunos apresentaram tinha como classe um tubo um cotovelo (figura 16). Não houve alunos a desenvolverem outro tipo de padrão. A Maria foi uma das alunas que respondeu á minha questão.

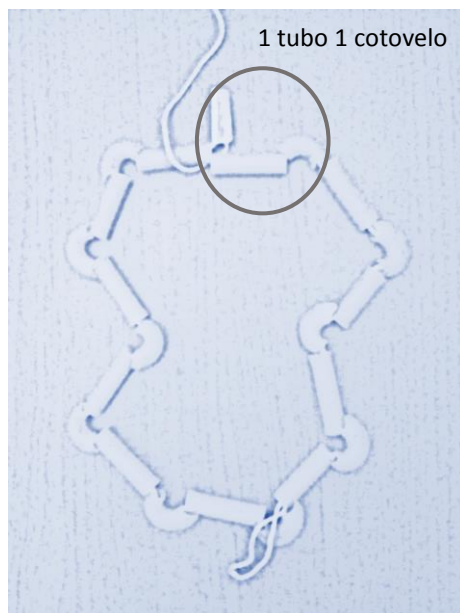


Figura 16 - Colar com modelo de repetição identificado através da estratégia das diferenças finitas.

Professora: Como pensaram para fazer este colar?

Maria: Decidi meter uma massa de tubo e uma de cotovelos e depois foi só olhar sempre para essa e repetir. Foi fácil.

Alunos: Pois foi Daniela. Foi fácil. Depois de fazer a primeira foi sempre igual.

Por fim, podemos verificar o colar do aluno que não adotou nenhuma das estratégias (figura 17). Como podemos ver este aluno não segue nenhum modelo de repetição.

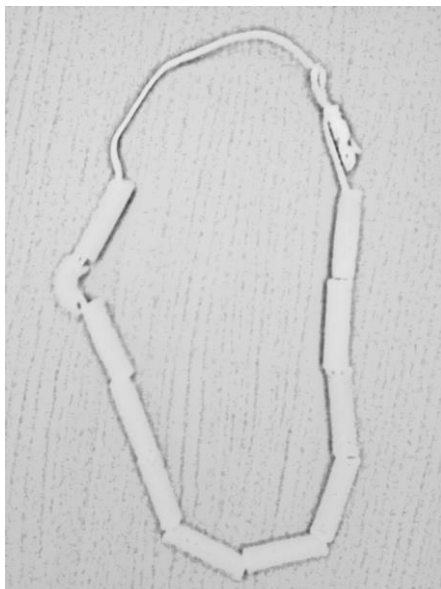


Figura 17 - Colar com nenhum modelo de repetição identificado.

Professora: Tiago, porquê que fizeste assim o teu colar? Em que pensaste?

Tiago: Não pensei em nada, fiz assim porque achei bonito.

Professora: Mas sabes que o que fizeste não foi um colar de repetição, porque colocaste sempre as mesmas massas. Como achas que poderias fazer para ser um colar de repetição? Vamos aproveitar estas duas massas que aqui tens. Tens uma massa de cotovelos e um tubo vamos retirar as outras. Como farias para ser repetitivo.

Tiago: Acho que metia outra vez uma massa de cotovelos e depois uma massa de tubos.

Professora: Muito bem. E depois?

Tiago: Continuava igual não é?

Professora: Sim.

Achei pertinente explicar-lhe que o que tinha construído não era na verdade um padrão, mas o que poderia ter feito para assim o ser.

Este aluno começou o seu colar pelo tubo, seguido da massa de cotovelo, ao qual podemos dizer que essa podia ter sido a sua unidade que se repete. Após todos os alunos terem ido ao centro da sala explicar o que fizeram, achei apropriado ajudar o Tiago a tentar perceber o que tinha feito, até porque ele ouviu-a com atenção os colegas que iam ao cimo

da sala explicar os seus colares e esse procedimento foi um apoio para o aluno tentar reconstruir o seu colar com a minha ajuda.

Após a conversa o aluno conseguiu desenvolver um colar com um modelo de repetição adequado, mas inicialmente como podemos ver na *figura 17* o aluno não conseguiu definir o seu padrão, houve presença de alterações e não conseguiu determinar a sua disposição e por sua vez não atingiu nenhum nível de generalização nem adotou nenhuma das estratégias.

No fim da tarefa a turma continuava empolgadíssima pediram para fazer mais colares com a massa que tinha sobrado. Como não foi possível, devido ao tempo ser curto, sugeri que as crianças fizessem em casa pois este material é de fácil acesso.

Não foi difícil para maior parte das crianças explicar o raciocínio por palavras que lhes permitiu iniciar e dar continuidade ao padrão. Através da linguagem natural dos alunos deu para entender que tipo de estratégias as crianças tinham utilizado.

As crianças deram conhecimento geral com intenção de regra (“sempre, sempre”). Deste modo, os vinte e seis alunos alcançaram um nível de generalização próxima, ou seja, possuíam conhecimento dos termos através da contagem e das relações recursivas.

4.4 Tarefa nº 3 – Objetos que crescem

Objetivo: Completar e continuar um padrão de ordem um e ordem dois.

Conteúdos: A execução desta tarefa aparece de forma a fazer uma avaliação diagnóstica, isto é, pretende-se analisar se os sujeitos conseguem interpretar e continuar o padrão que foi iniciado, se conseguem concluir com exatidão o padrão. Posteriormente, tomando o papel de observador irei notar as dificuldades que presenciarei, no fim questionar o grupo se surgiram dificuldades. Como a literatura alude que os alunos mostram mais dificuldades com padrões de crescimento do que com padrões de repetição (Warren, 2000) será essencial comparar as reações dos alunos nesta tarefa por comparação com as anteriores.

Implementação da tarefa: Na tarefa nº3 surge, uma vez mais, a exploração de padrões. No entanto, estes têm características diferentes dos anteriores. Agora o padrão não surge da repetição cíclica de um conjunto de elementos, mas sim de crescimento. Inicialmente, decorrerá um diálogo exatamente como foi realizado na primeira intervenção, acerca dos padrões de repetição. Primitivamente, projetarei o enunciado no quadro interativo seguidamente passei ao diálogo. Tomo como exemplo: *O que vêm no quadro? E qual é a diferença da primeira figura para a segunda? Porque será crescimento? O que é que essa palavra quer dizer?* Com toda a certeza irá fluir-se uma longa conversa, estas são algumas das perguntas pensadas. Seguidamente, as crianças passarão à continuação do padrão.

Utilizarei ilustrações alusivas ao natal porque permanecemos a duas semanas das festividades. Para tal a primeira figura será uma espécie de árvore de natal que contém um triângulo e a segunda figura terá dois triângulos assim sendo a ordem do termo será mais um e as crianças terão que perceber qual a sua ordem. Já no exercício dos pais natais, o raciocínio é o mesmo apenas muda a ordem do termo que será mais dois, começará com a primeira figura com um pai natal indo sempre adicionando mais dois.

Estratégias envolvidas: Como estratégias envolvidas, as crianças tomarão uma generalização próxima. O grupo irá descobrir o termo seguinte através da contagem e das diferenças finitas em simultâneo, visto que, após uma conversa com a professora titular acerca dos padrões de crescimento, o grupo não tem ainda conhecimento acerca desta temática.

4.4.1 Análise e interpretação dos dados

Para dar início à aula projetei os enunciados no quadro interativo, com o intuito de proporcionar aos alunos um primeiro contacto com um padrão de crescimento.

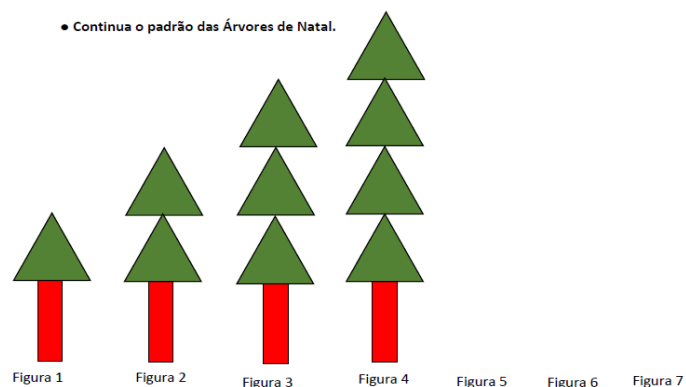


Figura 18 – Enunciado 1 da tarefa nº3

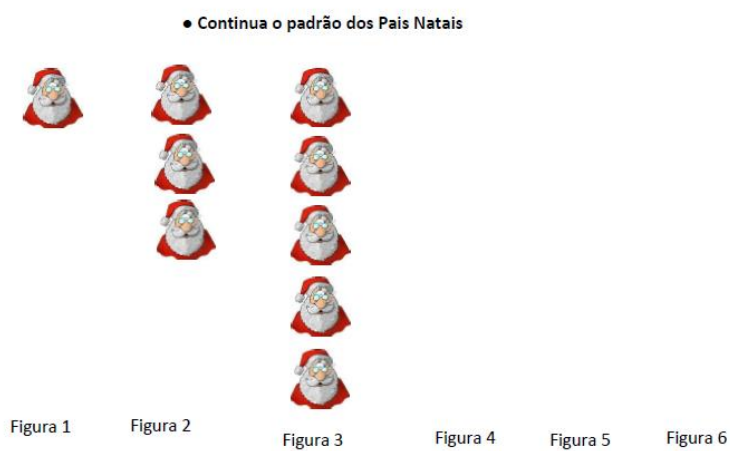


Figura 19 – Enunciado 2 da tarefa nº3

Professora: O que vêm no quadro?

(ao qual as crianças respondem que vêm árvores de natal)

Professora: E qual é a diferença da figura 1 para a figura 2?

Dinis: A dois tem duas formas e a primeira só tem uma.

Professora: E a figura 3 quantas formas temos? E a figura 4?

(As crianças responderam três e quatro)

Professora: Já ouviram falar em padrões de crescimento?

(Os alunos responderam “não”)

Voltei a questionar

Professora: Porque será crescimento? O que é que essa palavra quer dizer?

Pedro: Está a crescer.

Professora: Muito bem, quer dizer que está a crescer. Então vamos voltar a olhar para a figura 1. Qual é a diferença entre a figura 1 e a figura 2?

Pedro: Uma tem um triângulo e a outra tem dois triângulos.

Professora: Muito bem. Então quer dizer que cresce. Quantas vezes?

Pedro: Duas vezes depois três vezes, depois quatro e cinco.

(Eles não estavam a entender)

Professora: Pensem bem. Vamos recapitular. Da figura 1 para a figura 2 cresce quantas vezes?

Carla: uma vez.

Professora: Muito bem. E da figura 2 para a figura 3 quantas vezes cresce?

Todos: uma vez.

Professora: Muito bem. Cresce sempre uma vez. Acrescentamos sempre mais um triângulo em cada árvore. Agora quero que vocês façam a figura 5, 6 e 7. Com muita atenção. E agora ao olharmos para este padrão (*figura 19*) o que vemos?

Todos: Padrões com pais natais.

Professora: Muito bem! E é igual ao das árvores de natal?

Todos: Sim.

Professora: Sim, também é um padrão de crescimento, mas há uma pequena diferença. Alguém me sabe dizer qual é?

Rui: Eu sei. Este cresce dois pais natais.

Professora: Muito bem. Este é muito parecido com o anterior, a única diferença é como o Rui disse, cresce dois enquanto o anterior só cresce uma vez.

Importa referir que dois alunos faltaram ao colégio no dia 24 de novembro de 2015. Deste modo, a análise dos padrões será feita tendo em conta as produções de vinte e cinco alunos.

Na seguinte tabela mostra os resultados alcançados pelos alunos após a realização da tarefa:

Estratégias de exploração de padrões utilizadas pelos alunos.	Número de alunos	Árvores de natal	Pais natais	
Contagem	13	Todos Aplicaram	Não aplicaram (8 alunos)	Aplicaram (4 alunos aplicaram o termo anterior +1; 1 aluna aplicou o termo anterior +2)
Diferenças finitas	7	Todos Aplicaram	Todos Aplicaram	
Proporcionalidade direta	0	-	-	
Linear	0	-	-	
Não aplicou nenhuma das estratégias	5	Não aplicaram	Não aplicaram	

Tabela 10 – Estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos na tarefa nº3 – Os objetos que crescem

De acordo com a tabela acima supramencionada podemos verificar que treze alunos apresentaram no padrão das árvores de natal a estratégia da contagem, no entanto desses treze alunos, oito não aplicaram nenhuma estratégia no padrão dos pais natais, enquanto quatro alunos aplicaram a estratégia da contagem com ordem do termo um no padrão dos pais natais apesar de não ser o que se pretendia há exceção de uma aluna que aplicou o termo anterior mais dois. Assim, houve treze alunos que não aplicaram nenhuma das estratégias apresentadas no padrão dos pais natais desses treze alunos cinco também não apresentaram nenhuma estratégia no padrão das árvores de natal. Sete alunos aplicaram a estratégia das diferenças finitas em ambos os padrões e fizeram-nos corretamente. Neste sentido, independentemente das estratégias que utilizaram, vinte alunos fizeram

corretamente o padrão das árvores de natal, no entanto doze alunos fizeram corretamente o padrão dos pais natais.

Relativamente ao padrão das Árvores de Natal, foi curioso e chamou-me de imediato a atenção porque houve uma criança que recorreu à estratégia da contagem representando o padrão por ordem decrescente (4,3,2,1) (figura 20).

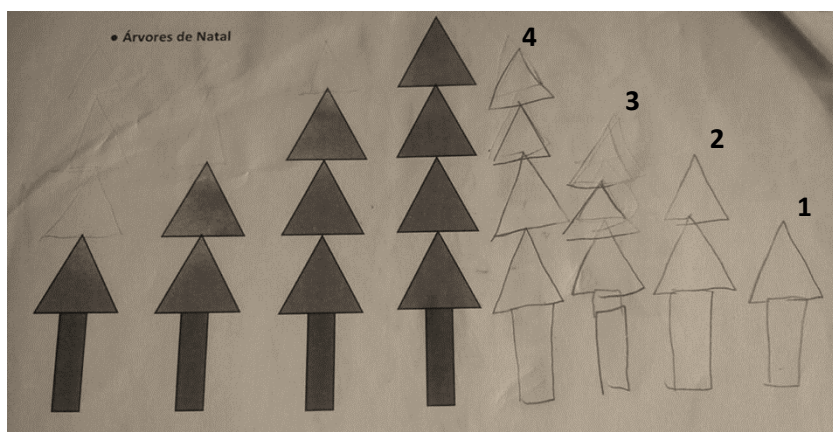


Figura 20 - Padrão concluído por ordem decrescente recorrendo à estratégia da contagem.

O aluno disse que concluiu o padrão desta forma porque pensou que fosse a descer então diz que contou quatro, três, dois, um. Neste sentido, conversei com o aluno para entender o que se pretendia.

Professora: Vasco, era precisamente ao contrário, era a crescer. Na figura 4 tens quatro triângulos. Como era a crescer como tinhas que fazer a figura 5?

Vasco: Hum, tinha que meter mais um triângulo.

Professora: Muito bem! Então com quantos triângulos ficavas na 5ª árvore de Natal?

Vasco: Cinco.

Professora: Muito bem, Vasco. E na figura 6 quantos triângulos?

Vasco: Tinha que desenhar mais um. Ficava com seis.

Professora: Muito bem.

Depois desta pequena conversa com o Vasco, à qual achei necessário, ele entendeu que o termo seria o anterior mais um, não menos um. Neste aluno, privilegiou-se o raciocínio

recursivo, replicando por ordem decrescente o que via, sendo incapaz de identificar a regra da ordem do termo que lhe permitisse encontrar de imediato o termo que era pretendido na figura 5 e assim sucessivamente.

Já no padrão dos pais natais o Vasco não aplicou nenhuma das estratégias (*figura 20.1*). O Vasco na figura 4 manteve os cinco pais natais e na figura 5 e 6 desenhou seis pais natais, neste sentido o aluno não entendeu que a ordem do termo neste enunciado era mais dois.

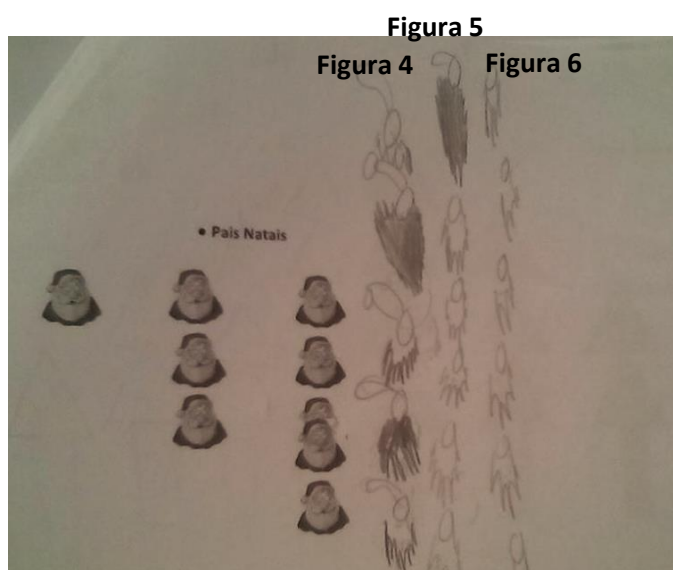


Figura 20.1 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento

Este foi um dos alunos que aplicou a estratégia da contagem no padrão das árvores de natal (*figura 20*) mas não foi aplicável nenhuma das estratégias no padrão da *figura 20.1*.

Seguidamente, mostro outro aluno, o Carlos, que aplicou a estratégia da contagem no padrão das árvores de natal (*figura 21*) sendo que o mesmo não se constatou no padrão dos pais natais (*figura 21.1*).

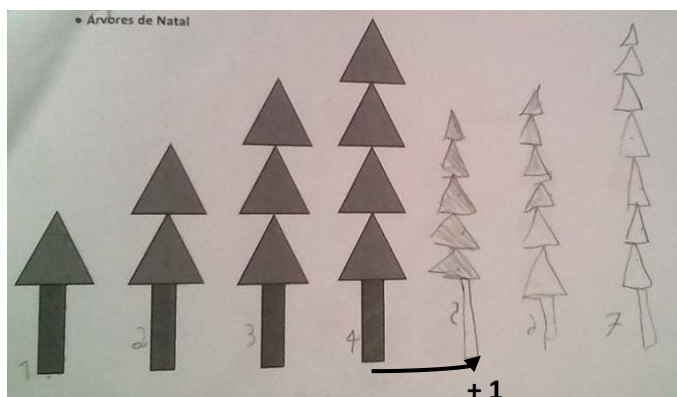


Figura 21 – Padrão concluído recorrendo à estratégia da contagem

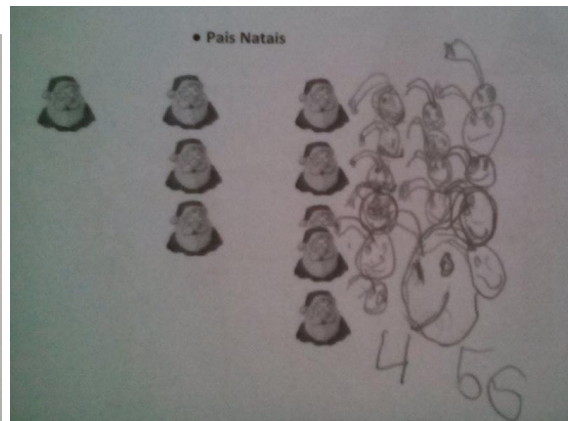


Figura 21.1 - Não obedece uma estrutura correta de crescimento

Como podemos ver o Carlos concluiu corretamente o padrão. Respeitando a ordem do termo anterior mais um (*figura 21*). O aluno procedeu à contagem, interpretando: se a figura 4 tem quatro triângulos a figura 5 vai ter mais um triângulo, então a figura 5 tem cinco triângulos.

Na *figura 21.1* temos o padrão do mesmo aluno relativamente aos pais natais, como se pode ver é confuso o que o aluno tentou fazer. O aluno fez aleatoriamente os desenhos sem nenhuma regra aparente.

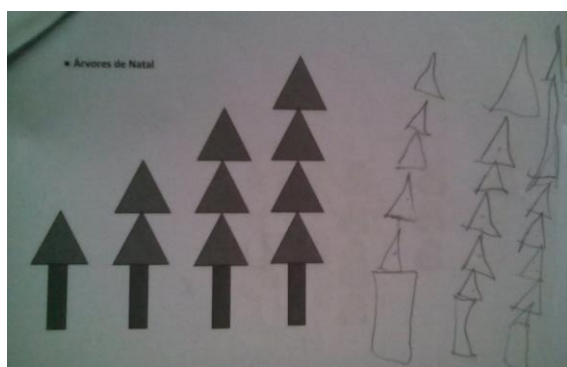


Figura 22 – Padrão concluído recorrendo à estratégia da contagem

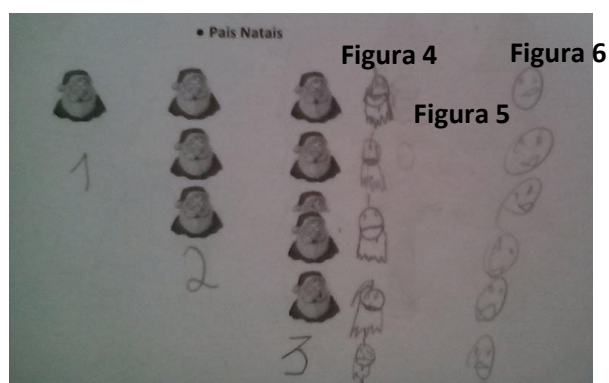


Figura 22.1 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento

Na *figura 22* e na *figura 22.1* temos os padrões da Sofia. A aluna usou a estratégia de contagem no padrão das árvores de natal (*figura 22*) para descobrir os termos que eram pretendidos. No padrão dos pais natais (*figura 22.1*) a aluna fez a figura 4 com cinco pais natais igual ao termo anterior figura 3. Deixou um espaço em branco que podemos deduzir que pertencia à figura 6 e na figura 7 desenhou seis pais natais. A aluna fez corretamente o padrão das árvores de natal (*figura 22*) o mesmo não se sucedeu com o padrão dos pais natais (*figura 22.1*).

Seguidamente, mostro os padrões que foram continuados pela Mariana. A Mariana faz parte dos cinco alunos que utilizaram a estratégia da contagem nos dois padrões. Mas relativamente ao padrão dos pais natais a aluna não cumpriu o que era pedido, calculando a ordem do termo adicionando apenas um elemento. No entanto, é importante expor a produção desse padrão.

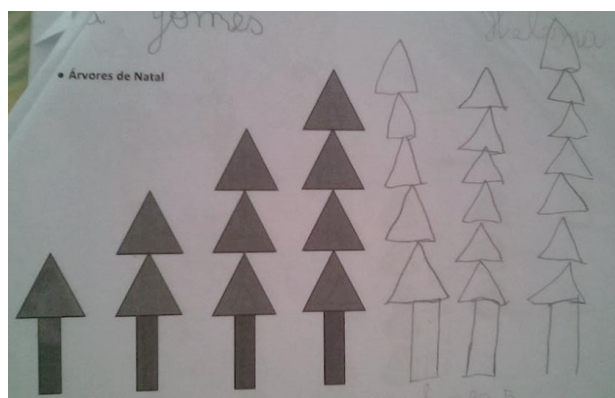


Figura 23 - Padrão concluído recorrendo à estratégia da contagem

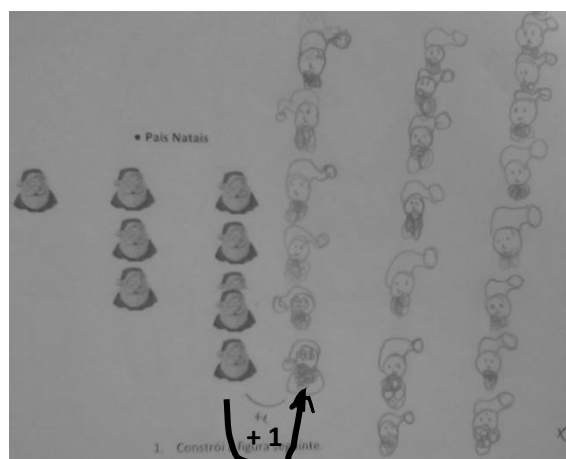


Figura 23.1 – Padrão concluído recorrendo à estratégia da contagem.

Como se pode observar na *figura 23* e na *figura 23.1* os dois padrões foram bem concluídos. Porém a aluna na *figura 23.1* adicionou sempre mais um pai natal quando o objetivo era adicionar mais dois pais natais a cada termo.

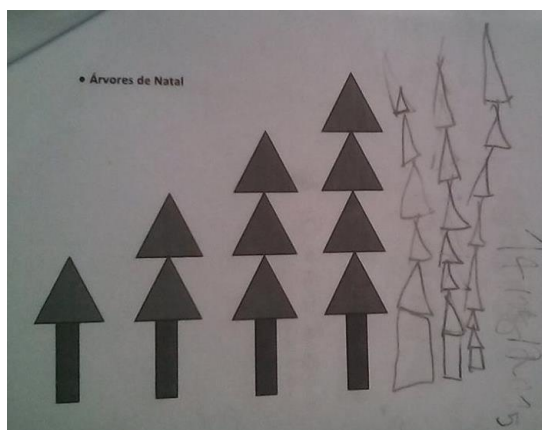


Figura 24 – Padrão concluído recorrendo à estratégia da contagem

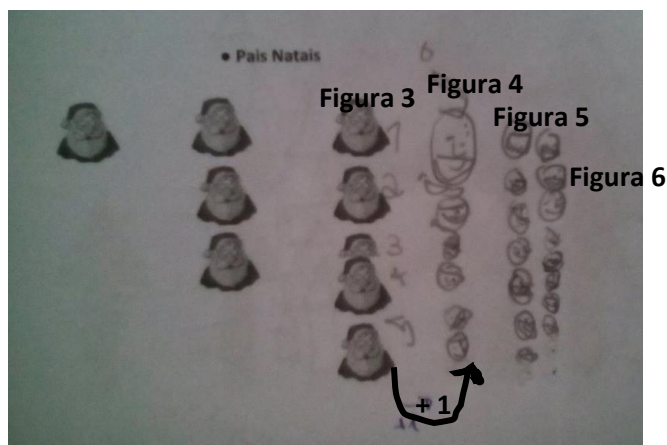


Figura 24.1 - Padrão concluído recorrendo à estratégia da contagem

A forma de raciocínio deste aluno foi a mesma da Mariana (*figura 24 e figura 24.1*) recorrendo à estratégia da contagem o Guilherme adicionou da figura 3 para a figura 4 e assim sucessivamente mais um pai natal em vez de dois (*figura 24.1*).

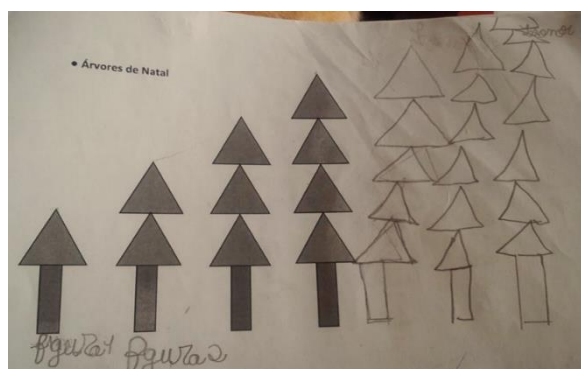


Figura 25 – Padrão concluído recorrendo à estratégia da contagem

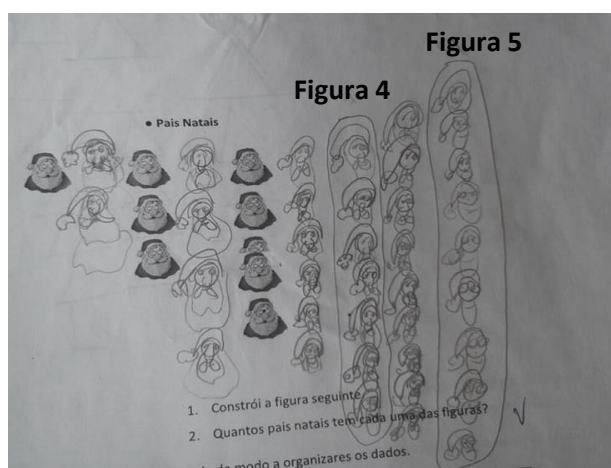


Figura 25.1 – Padrão concluído recorrendo à estratégia da contagem

A Madalena no padrão dos pais natais optou por fazer de maneira diferente (*figura 25.1*). A aluna rodeou as figuras que lhes tinham sido pedidas, no entanto esta aluna só fez a figura 4 e 5. Como me deparei de imediato com esta resolução optei por a questionar.

Professora: Sabes que tinhas que representar a figura 4, 5 e 6 porquê que colocaste estes pais natais a mais?

Madalena: Porque era mais fácil.

Assim, a aluna em vez de contar de dois em dois usou o termo de ordem um, de modo a facilitar a sua contagem.

De seguida, apresento alguns padrões relacionados com a estratégia das diferenças finitas.

O padrão das árvores de natal apresenta-se concluído através da estratégia das diferenças finitas (*figura 26*) bem como o padrão dos pais natais (*figura 26.1*).

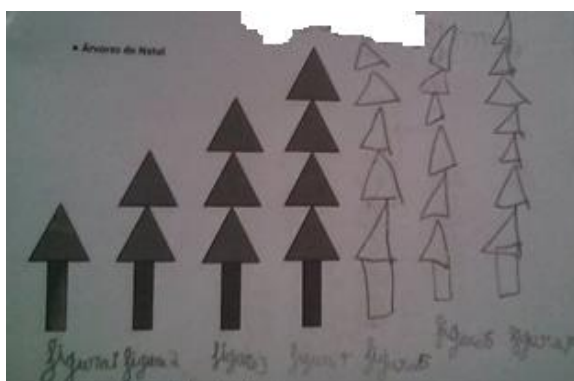


Figura 26 – Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas

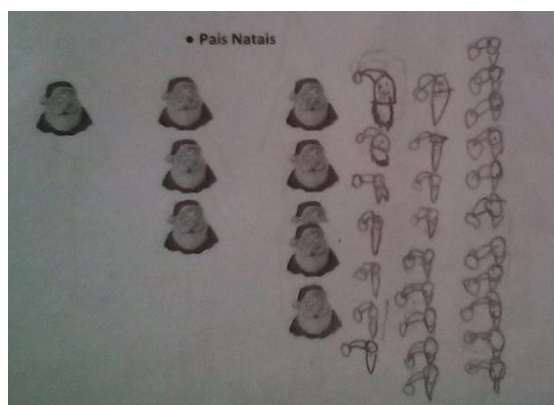


Figura 26.1 – Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas

O Martim deu continuidade a ambos os padrões aplicando a estratégia das diferenças finitas. A resolução do aluno mostra uma ordem equilibrada onde não ocorreu nenhuma hesitação, fazendo o seu trabalho logo à primeira. Ao início da tarefa o aluno abordou-me e explicou-me o raciocínio que ia ter em conta.

Martim: Daniela, é fácil. Vou olhar para a figura 4 (*figura 26*) e vou fazer a figura 5 com os triângulos iguais aos teus, mas meto mais um. E nesta aqui (*figura 26.1*) também faço igual. Só que tenho que olhar sempre para esta.

Quando o aluno me disse “só que tenho que olhar sempre para esta” estava a apoderar-se de um entendimento recursivo do padrão. O aluno recorria sempre ao termo anterior para fazer o seguinte.

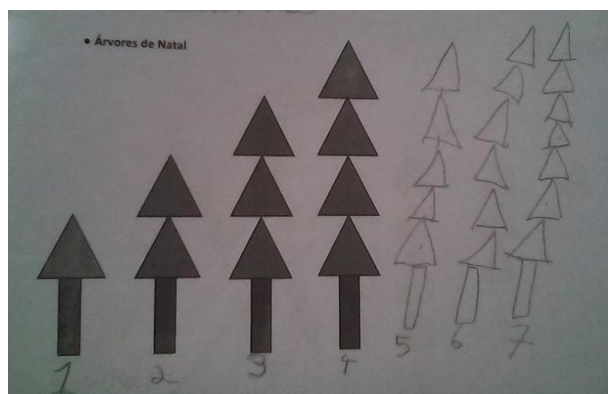


Figura 27 – Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas

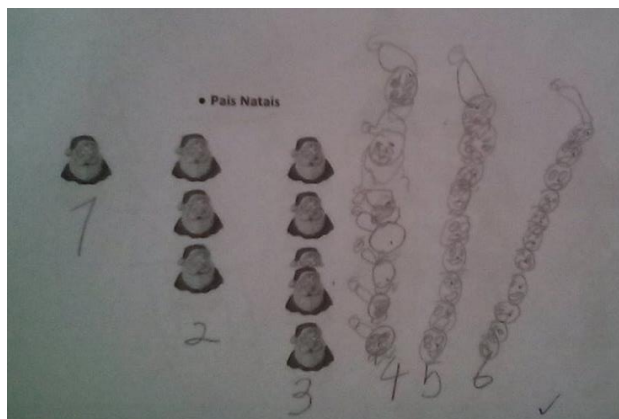


Figura 27.1 – Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas

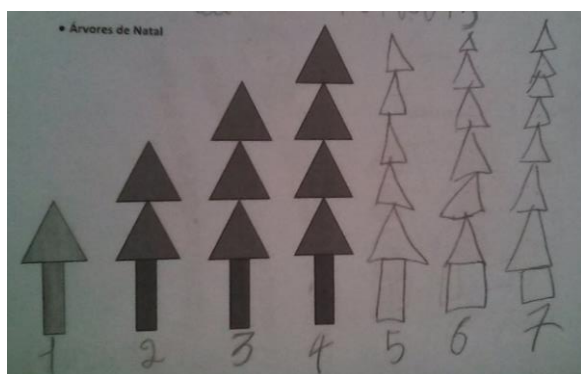


Figura 28 – Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas

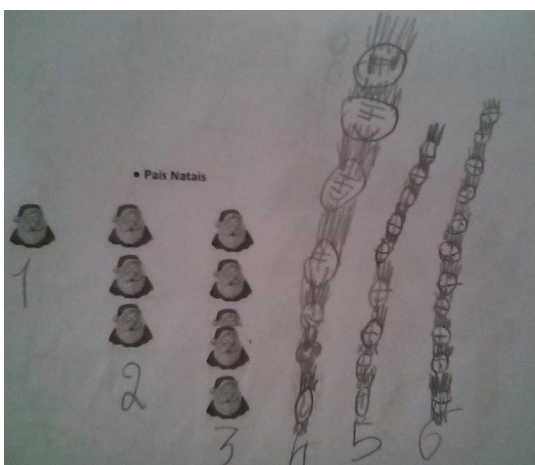


Figura 28.1 - Padrão concluído recorrendo à estratégia das diferenças finitas

A *figura 27 e 27.1*, padrões construídos pelo André, bem como a *figura 28 e 28.1*, padrões construídos pela Verónica, foram elaborados recorrendo à estratégia das diferenças finitas. Devido à apresentação dos trabalhos verifica-se que não houve indecisão por parte dos alunos. Apresentam uma disposição própria e organizada dando assim um ótimo seguimento ao padrão.

Houve cinco alunos que não aplicaram nenhuma das estratégias em ambos os padrões. Como é o caso do David (*figura 29 e 29.1*) e do Manuel (*figura 30 e 30.1*).

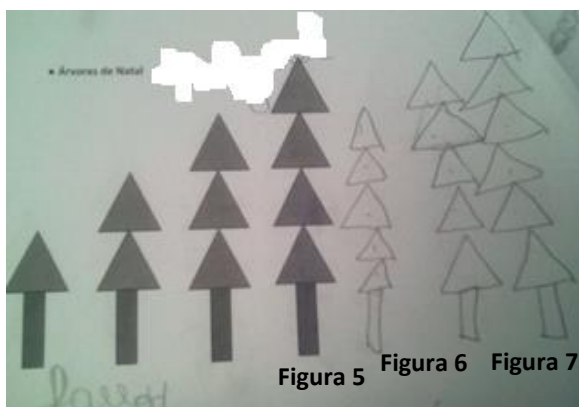


Figura 29 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento

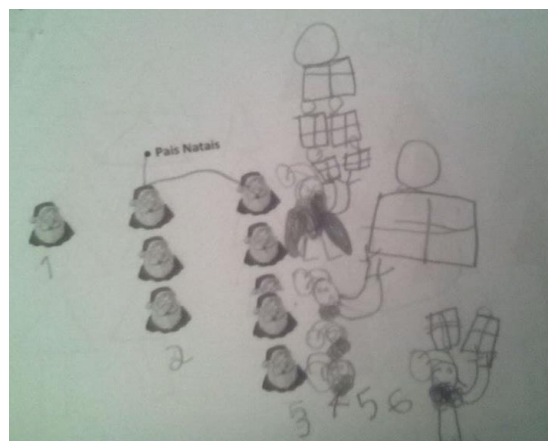


Figura 29.1 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento

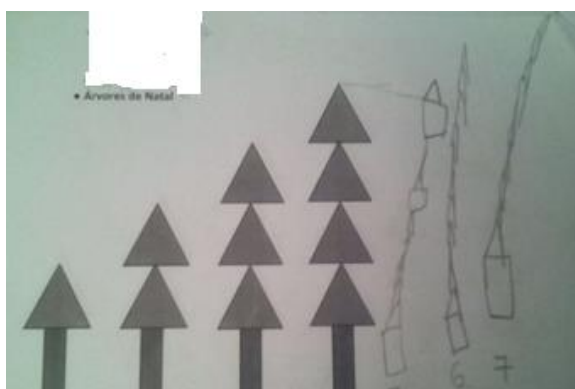


Figura 30 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento

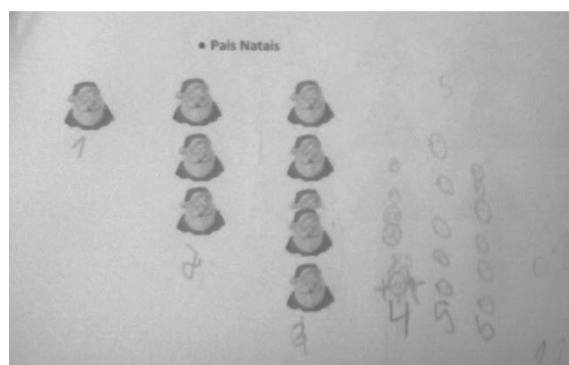


Figura 30.1 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento

Como se pode ver estes alunos não aplicaram nenhuma estratégia. Não se presenciou regularidade, mostravam hesitação (principalmente na *figura 30.1* onde se verifica que o aluno utilizou a borracha), não há organização, pelo contrário está muito incompreensível como se pode verificar na *figura 29.1, 30 e 30.1*.

Ao reunir os enunciados, agrupei os cinco que não tinham qualquer tipo de estratégia. Como o tempo era escasso e a aula tinha que acabar brevemente selecionei dois enunciados o do David (*figura 29 e 29.1*) e do Manuel (*figura 30 e 30.1*) para lhes perguntar quais as dificuldades que sentiram para não conseguir iniciar nem concluir os padrões corretamente.

David: Não sei. Algumas.

Professora: Algumas? Quais?

David: Não sei.

Manuel: Fui fazendo, pensei que era assim.

O David e o Manuel estavam inibidos, muito tímidos. Não souberam interpretar o que aplicaram, tão pouco explicar o raciocínio que adotaram. No entanto posso depreender que o mais difícil para os alunos foram os padrões dos pais natais (*figura 29.1 e 30.1*), padrões onde a ordem do termo era mais dois. É visível as garatujas feitas pelos alunos tornando-se difícil interpretar os resultados. Todavia, os alunos nos padrões das árvores de natal (*figura 29 e 30*) além de não aplicarem nenhuma estratégia e de não terem feito os padrões corretamente não estão muito afastados do que realmente se pretendia. Além disso a sua apresentação é perceptível e organizada. Como se pode verificar na *figura 29* o aluno fez a figura 5 corretamente, na figura 6 colocou à mesma cinco triângulo e na figura 7 desenhou seis triângulos. Já o Manuel no seu padrão da árvore de natal (*figura 30*) fez as três árvores de natal com dez triângulos cada um, pelo que consegui analisar.

Ao longo da tarefa, os alunos que aplicaram a estratégia da contagem bem como a estratégia das diferenças finitas atingiram um nível de generalização próximo. Os alunos recorriam à contagem das imagens para obter os termos pretendidos da mesma maneira que procuravam o novo termo baseando-se no termo anterior. Além disso, foi claro ao longo da análise da tarefa que o padrão que revelou mais dificuldades aos alunos foi o padrão dos pais natais.

4.5 Tarefa nº 4 – Colares de crescimento com massas

Objetivo: Desenvolver colares de crescimento com massas.

Conteúdos: Após a tarefa nº3, tomada como introdutória, agora as crianças terão que elaborar os seus colares com base do que adquiriram anteriormente. Será disponibilizado às crianças fio de pesca e uma porção de massas de cotovelos grandes e médias. Realizar-se-á com a turma um colar em conjunto.

Implementação da tarefa: Primeiramente, para introduzir esta tarefa será relembrado o que foi discutido na tarefa nº3. Para tal, inicia-se um diálogo com a turma. Para isso foram pensadas nas seguintes perguntas: *Quem me sabe dizer o que são padrões de crescimento? Alguém me pode dar um exemplo do que é um padrão de crescimento? Lembram-se de fazermos um colar de massas de repetição? Hoje, quero que façam novamente um colar com essas massas que estão à vossa frente, mas desta vez temos que fazer um colar de crescimento. Eu vou fazer agora um com vocês, mas preciso da vossa ajuda.* Com toda a certeza outras perguntas vão surgir. Sucessivamente, distribuir-se-á por cada criança fio de pesca e uma mão-cheia de massas de cotovelos em tamanho grande e médio. Em seguida, esclarece-se a turma sobre o que se pretende. *Então que massas têm à vossa frente? São todas do mesmo tamanho? Então tenho aqui o fio de pesca. Qual é a primeira massa que vocês querem que eu insira? E depois, como estamos a falar de padrões de crescimento o que será que colocamos a seguir?* Haverá diálogo com a turma e a construção de um colar para as crianças se sentirem mais seguras e confiantes, pois senti na 2ª tarefa que os padrões de crescimento, para o grupo, foram mais difíceis do que os de repetição. Na elaboração do colar em grupo eles é que vão definir a ordem do termo e de seguida quando entenderem o que se pretende, começarei outro colar com duas massas grandes e duas pequenas e questionarei a turma: *E agora, neste fio temos duas massas grandes e duas pequenas, se eu quiser que a ordem do termo seja dois, quantas massas irei colocar a seguir?* Seguidamente, passar-se-á à confeção dos colares. As crianças terão total liberdade para realizar o colar como assim gostarem, mas não esquecendo que há uma regra, a regra que elas queiram definir.

Estratégias envolvidas: Com a realização desta tarefa pretende-se que as crianças projetem os seus colares de acordo com as informações que foram discutidas nas aulas da tarefa nº3 e nº4, contudo durante a elaboração dos colares optarei por tomar o papel de observador com o intuito de depreender a reação das crianças, e as dificuldades das mesmas. Será fundamental no fim da concretização dos colares debater com as crianças sobre o que engendraram para um melhor entendimento acerca das estratégias que utilizaram na concretização dos colares bem como as dificuldades que sentiram. Será de

realçar que o nível de generalização a atingir será a generalização próxima, as crianças descobrirão o termo seguinte através da contagem ou da estratégia das diferenças finitas.

4.5.1 Análise e interpretação dos dados

Como mencionado acima na implementação da tarefa iniciou-se a aula com um diálogo.

Professora: Quem me sabe dizer o que são padrões de crescimento?

(Vários alunos levantaram o dedo).

Martim: São coisas que crescem. E podem crescer mais um ou mais dois.

(Esta criança estava a lembrar-se da tarefa nº3)

Professora: Muito bem. Mas que coisas podem ser?

Vitória: Objetos.

Manuel: Materiais

Professora: Boa. Então quem me dá um exemplo?

Madalena: Por exemplo, há uma árvore de natal com um triângulo, a seguir vai ter dois triângulos e a seguir três triângulos. Soma-se, sempre, mais um.

(Esta aluna, lembrou-se com exatidão da tarefa nº3 do padrão das árvores de natal).

Professora: Muito bem. Adicionamos sempre mais uma árvore de natal.

Guilherme: Mas também pode ser em vez de somar um triângulo pode-se somar dois, não posso?

Professora: Sim, podes. E então como ficava?

Guilherme: A primeira imagem tem uma árvore de natal com um triângulo a segunda imagem vai ter uma árvore de natal com três triângulos.

Professora: Muito bem. E a terceira imagem?

Rui: Cinco triângulos.

Professora: Muito bem. Vocês entenderam.

Após este pequeno diálogo esclareci com a turma o que se pretendia.

Professora: Lembram-se de fazermos um colar de massas de repetição?

Todos: Sim.

Professora: Então, hoje, quero que façam novamente um colar com essas massas que estão à vossa frente, mas desta vez temos que fazer um colar de crescimento. Eu vou fazer agora um com vocês mas preciso da vossa ajuda. Que massas têm à vossa frente?

Todos: Cotovelos.

Professora: E são todas do mesmo tamanho?

Todos: Não! Há umas grandes e outras mais pequenas.

Professora: Muito bem. Então tenho aqui o fio de pesca. Qual é a primeira massa que vocês querem que eu insira?

Todos: Uma massa grande.

Professora: E depois?

Todos: Uma pequena.

Professora: Muito bem. E agora, temos uma massa grande e uma massa pequena, como estamos a falar de padrões de crescimento o que será que colocamos a seguir?

(O grupo ficou pensativo, e acalmaram um pouco)

Vasco: Acho que agora mete-se duas massas grandes e duas massas pequenas.

Professora: Muito bem! Acrescentamos mais uma massa à massa grande e à pequena. E a seguir o que colocariam?

Vitória: Três massas grandes e três massas pequenas.

Professora: Muito bem. Acrescentamos sempre quantas massas?

Todos: Uma.

Depois de o grupo entender que a ordem do termo neste colar é um segurei noutro fio de pesca e coloquei duas massas de cotovelos grandes seguidas de duas pequenas. A turma participou arduamente na construção deste colar, não mostrando dificuldades aparentes.

Após esta introdução, ao qual achei necessário, passou-se à elaboração dos colares.

Importa referir que dois alunos faltaram ao colégio no dia 30 de novembro de 2015. Deste modo, a análise dos padrões será feita tendo em conta as produções de vinte e cinco alunos.

Na tabela que se sucede mostra-se os resultados alcançados pelos alunos após a realização da tarefa:

Estratégias de exploração de padrões utilizadas pelos alunos.	Número de alunos
Contagem	9
Diferenças finitas	10
Proporcionalidade direta	0
Linear	0
Não aplicou nenhuma das estratégias	8

Tabela 11 – Estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos na tarefa nº4 – Colares de crescimento com massas.

Face à tabela acima supracitada, nove alunos criaram o colar com base na estratégia da contagem e dez alunos aplicaram pela estratégia das diferenças finitas. Não houve nenhum aluno que utilizasse as estratégias da proporcionalidade direta e linear. No entanto houve oito alunos que não empregaram nenhuma das estratégias.

Como se pode ver na *figura 31* o aluno aplicou a estratégia da contagem. O Guilherme optou por colocar, primeiramente, definindo assim a sua classe, três cotovelos pequenos (CP), seguido de quatro cotovelos grandes (CG), cinco cotovelos pequenos (CP) e por fim seis cotovelos grandes (CG), o aluno para dar continuidade acrescentou sempre mais duas massas (*figura 31*).

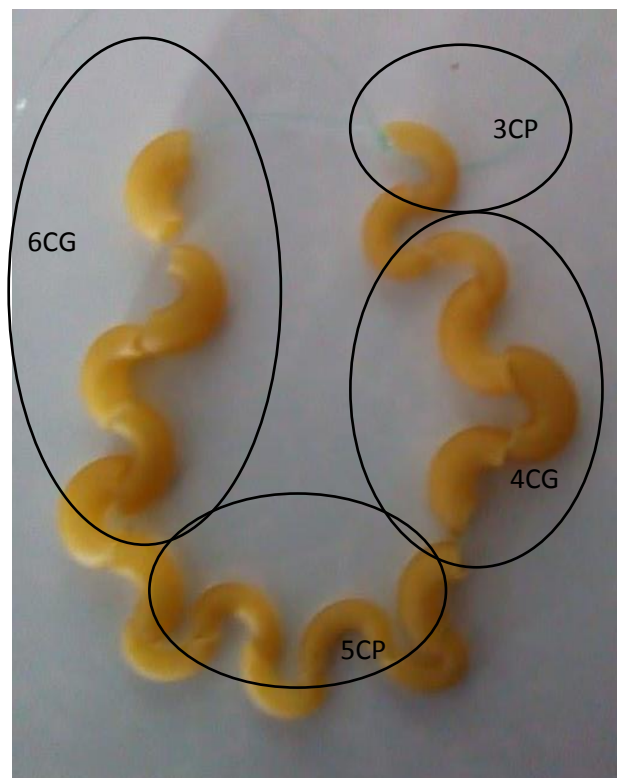


Figura 31 – Colar elaborado através da estratégia da contagem.

O aluno, ao fim de elaborar o seu colar, abordou-me porque não queria fazer mais, então questionei-o. Num primeiro momento foi uma conversa a dois, mas no fim de a turma ter feito os colares o aluno foi ao cimo da sala mostrar o seu colar.

Professora: Explica-me o raciocínio que tiveste para fazeres o colar.

Guilherme: Comecei com três massinhas pequenas e com quatro grandes e depois contei sempre mais dois às massas pequenas e às massas grandes. E foi assim.

O aluno baseou-se numa contagem dupla especificando as massas, no entanto o colar também poderia ser interpretado de outra forma. O aluno poderia ter interpretado o colar averiguando que adicionou sempre mais uma massa, isto é, poderia ter referido que começou com 3 massas de cotovelos pequenos (CP) a seguir 4 cotovelos grandes (CG), 5 cotovelos pequenos (CP) e, por fim, 6 cotovelos grandes (CG).

A forma como o aluno fez e interpretou o que fez no colar foi primorosa.

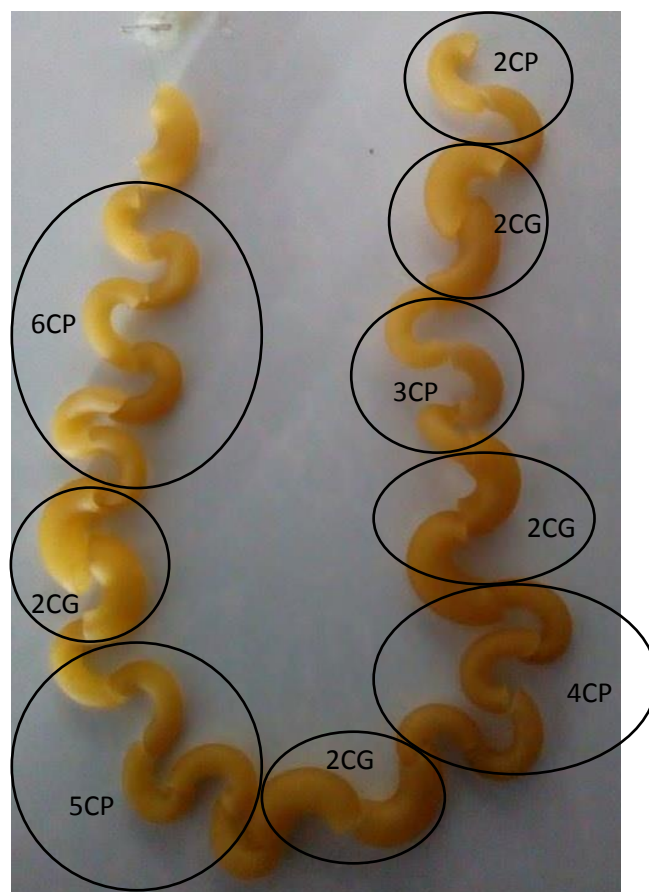


Figura 32 – Colar elaborado através da estratégia da contagem.

O Rui começou o seu colar com duas massas de cotovelos pequenas (CP) e duas massas de cotovelos grandes (CG) (figura 32). Como se pode ver o aluno acrescentou apenas mais uma massa às massas de cotovelos pequenas (CP), mantendo sempre as duas massas de cotovelos grandes (CG). Ao recolher os colares, este foi um dos que me chamou a atenção e questionei o Rui, perante a turma toda, acerca do raciocínio que usou para fazer o colar. É importante que os colegas possam mostrar uns aos outros os colares para verem diferentes maneiras de o fazer.

Rui: Meti duas massas pequenas e duas grandes e contei sempre mais um.

Professora: Sim, muito bem. E porquê que alteraste só as massas pequenas?

Rui: Achei bonito só mudar as pequenas e deixar sempre duas massas grandes.

A justificação do aluno não foi significativa relativamente ao facto de manter sempre as massas de cotovelos grandes. No entanto o que ele apresenta está correto e sem nada a apontar.

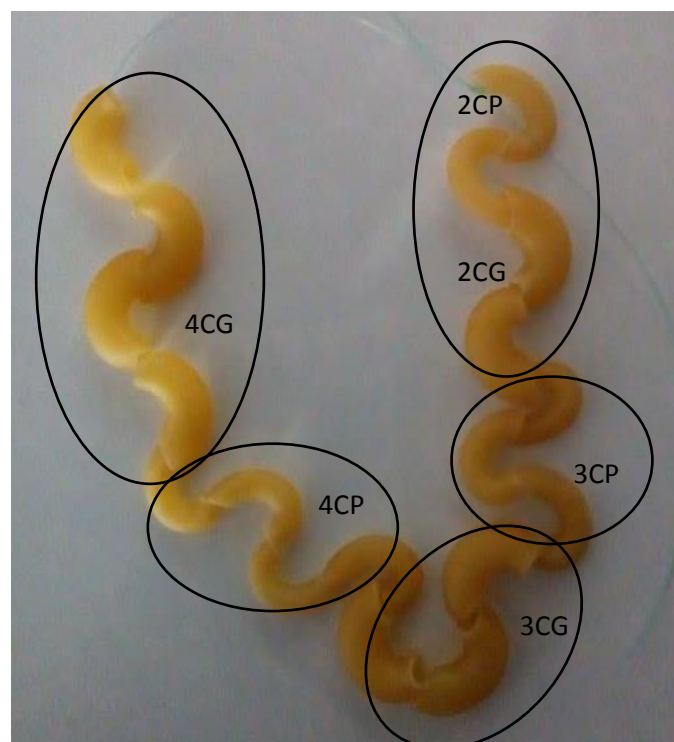


Figura 33 – Colar elaborado através da estratégia da contagem.

O colar da *figura 33* foi construído pela Vitória. A aluna adotou a estratégia da contagem. Como se pode ver a aluna definiu a classe com 2 cotovelos pequenos (CP) 2 cotovelos grandes (CG) e posteriormente adicionou sempre mais um elemento às suas massas.

O padrão presente (*figura 33*) foi o que predominou nos restantes alunos, os que se realçaram devido à sua abordagem diferente foram o do Guilherme (*figura 31*) e o do Rui (*figura 32*). A Vitória e os restantes oito alunos adicionaram sempre mais um elemento às massas sendo o Guilherme o único aluno (*figura 31*) que adicionou sempre mais duas massas.

Lamentavelmente, não foi possível comunicar com as outras crianças com o propósito de perceber ao pormenor que raciocínio tomaram para elaborar os seus colares, pois o tempo foi escasso, visto que a intervenção foi intercalada com as aulas.

Foram dez os alunos que elaboraram o colar decorrendo à estratégia das diferenças finitas. A ordem do termo que estes alunos estabeleceram para o seu colar foi adicionar sempre mais uma massa, não houve nenhum outro aluno que produzisse um colar diferente.

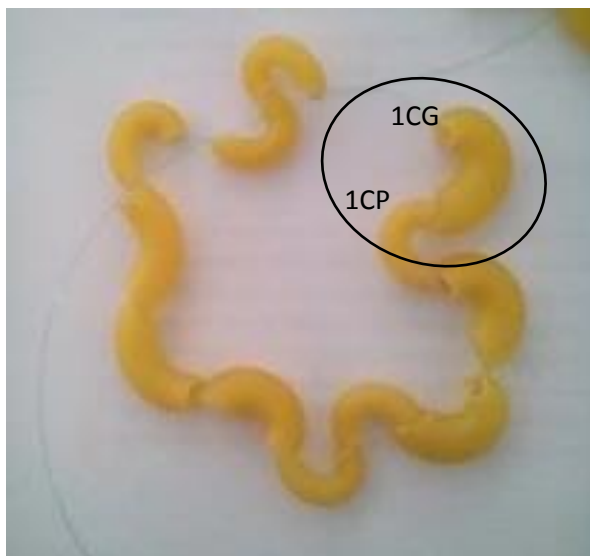


Figura 34 – Colar elaborado através da estratégia das diferenças finitas

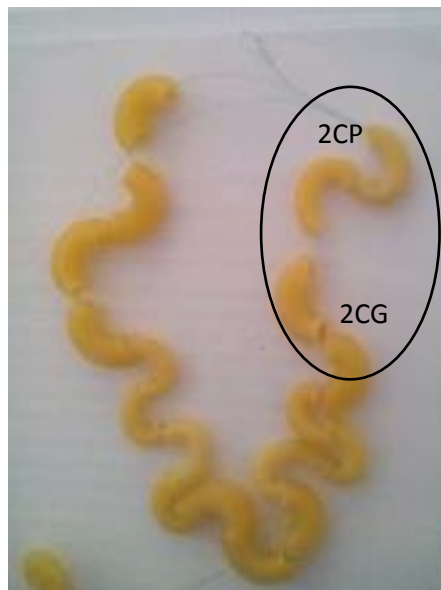


Figura 35 – Colar elaborado através da estratégia das diferenças finitas

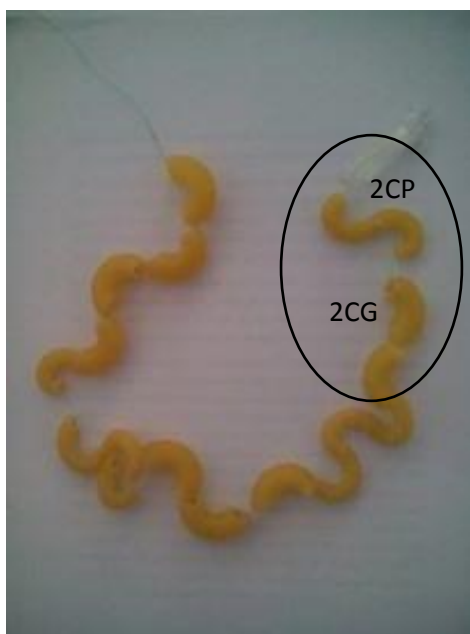


Figura 36 – Colar elaborado através da estratégia das diferenças finitas.

Como se pode ver, nestes três exemplos os alunos adicionaram sempre mais uma massa, apenas muda a disposição das mesmas. Na *figura 34* o João começa o seu colar com a classe um cotovelo grande (CG) um cotovelo pequeno (CP). A Érica (*figura 35*) começa com a classe dois cotovelos pequenos (CP) dois cotovelos grandes (CG) e a Júlia (*figura 36*) dá início ao seu colar com a classe dois cotovelos pequenos (CP) dois cotovelos grandes (CG). A ordem é a única diferença entre estes colares. Como houve sete crianças a adotarem a

estratégia das diferenças finitas, para economizar o tempo estes alunos dirigiram-se ao centro da sala para poderem falar e partilhar com a turma sobre os seus colares.

O grupo estava entusiasmado e falavam todos ao mesmo tempo. Perguntei ao grupo se me explicavam o raciocínio que cada aluno teve na construção dos colares.

Tanto o João (*figura 34*), como a Érica (*figura 35*) como a Júlia (*figura 36*) alegaram que olhavam sempre para o último para fazer o próximo, pois tinham que voltar a contar para se lembrarem das massas que tinham colocado. Os restantes mencionavam que tinham feito igual a eles e faziam uma descrição do que fizeram “para fazer este colar meti duas massas de cotovelos grandes duas massas de cotovelos pequenas e acrescentei sempre mais um até ao fim.” É de realçar que enquanto os alunos produziam os colares observei-os a imitar o colar do colega da carteira e a falarem uns com os outros a perguntar o que iam fazer.

Por último, houve oito alunos que não aplicaram nenhuma das estratégias, logo não criaram nenhum padrão livre. Estes alunos fizeram apenas colares com uma das massas (*figura 37 e figura 38*) o aluno do colar da *figura 39* acrescentou no meio algumas massas de cotovelos grandes.



Figura 37 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento



Figura 38 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento



Figura 39 – Não obedece uma estrutura correta de crescimento

Se os alunos não conseguiram fazer nenhum dos colares é porque houve dúvidas, neste sentido questionei o grupo dos sete alunos para saber que dificuldades é que tiveram.

Professora: Meninos, que se passou? Os vossos colares não são nenhum padrão de crescimento. Tiveram dificuldades?

Todos: Sim.

Professora: Que dificuldades? Digam-me.

Marco: Achei difícil, não sabia bem como fazer. Não percebi.

Professora: Então se não tinhas percebido chamavas-me que te vinha ajudar.

Paula: Não sabia como começar. Tu disseste que não era igual ao outro (a Paula está a referir-se ao colar de repetição).

Isa: Não sei.

O discurso das crianças não foi claro, não deu para reter qual a verdadeira dificuldade que sentiram.

O nível de generalização destes alunos, relativamente à tarefa verificou-se a generalização próxima, recorrendo somente à contagem e às diferenças finitas. Os alunos que empregaram as estratégias nos seus padrões revelaram regularidade de movimento dispondo as massas numa ordem correta.

4.6 Síntese

4.6.1 Estratégia de exploração de padrões

As tarefas propostas tinham como objetivo identificar as dificuldades, bem como as estratégias dos alunos do Pré-Escolar e do 1.º ano relativamente à resolução de tarefas envolvendo padrões de repetição e de crescimento. Na *tabela 12* constam as estratégias utilizadas em cada tarefa e a correspondência do número de alunos que selecionaram essas mesmas estratégias.

Frequência do uso das Estratégias de exploração de padrões utilizadas pelos alunos.			
	C	DF	NA
Tarefa - Mandalas	5	7	1
Tarefa nº1 – Colares de repetição	7	14	3
Tarefa nº2 – Colares de repetição com massas	10	16	1
Tarefa nº3 – Os objetos que crescem	13	7	5
Tarefa nº4 – Colares de crescimento com massas.	9	10	8
Total	44	54	18

Nota: C – Estratégia da contagem; DF – Estratégia das diferenças finitas; NA – Não aplicou nenhuma estratégia.

Tabela 12 – Frequência do uso das estratégias de Orton e Orton (1999) utilizadas pelos alunos

Fazendo agora uma análise às estratégias utilizadas pelos alunos, na tarefa das Mandalas podemos ver que cinco alunos utilizaram a estratégia da contagem, sete alunos utilizaram a estratégia das diferenças finitas e um aluno não aplicou nenhuma estratégia.

Na tarefa nº1, referente aos padrões de repetição, sete alunos utilizaram a estratégia da contagem nos dois colares, catorze alunos a estratégia das diferenças finitas e três alunos não aplicaram nenhuma estratégia.

Na tarefa nº2, dez alunos aplicaram a estratégia da contagem nos dois padrões de repetição, dezasseis alunos empregaram a estratégia das diferenças finitas e um aluno não aplicou nenhuma das estratégias.

Na tarefa nº3, alusiva aos padrões de crescimento, verifica-se que treze alunos aplicaram a estratégia da contagem, sete alunos a estratégia das diferenças finitas e cinco alunos não aplicaram nenhuma estratégia.

Na tarefa nº4, confirma-se nove alunos aplicaram a estratégia da contagem nos colares de crescimento com massas, dez alunos a estratégia das diferenças finitas e oito alunos não aplicaram nenhuma das estratégias.

A tarefa nº 3 e a tarefa nº4 referentes aos padrões de crescimento foi a que levantou mais dificuldade aos alunos.

Este conjunto de tarefas foi um meio para que os alunos pudessem ter um contacto mais formal com a exploração de padrões e perceber que tipo de estratégias é que os alunos empregaram. Houve alunos, que por vezes, implementaram uma estratégia que os levou a uma resolução que entenderam ser a correta. Na tarefa nº3 por exemplo houve quatro alunos que aplicaram a ordem do termo adicionando mais um quando na verdade, para concluir corretamente a tarefa, teriam que adicionar mais dois pais natais.

Ao fazer um somatório de qual a estratégia que persistiu averigua-se que foi a estratégia das diferenças finitas que foi utilizada por mais dez alunos do que a estratégia da contagem (*tabela 12*). Neste sentido os dados da frequência sugerem que os alunos usaram mais a estratégia das diferenças finitas do que a estratégia da contagem.

Estas estratégias são utilizadas pelos alunos para alcançar a generalização. O tipo de generalização alcançada pelos alunos nas tarefas foi a generalização próxima, o raciocínio dos alunos foi sempre obtido através da contagem de desenhos englobando relações recursivas.

4.6.2 Dificuldades manifestadas na exploração de padrões de repetição e padrões de crescimento.

Da análise das tarefas com o auxílio do diário do investigador e das gravações áudio percebe-se que a maior dificuldade manifestada foi nos padrões de crescimento, mais propriamente nos padrões dos pais natais onde a ordem do termo era mais dois. Como se pode ver da tarefa nº3 para a tarefa nº4 em vez de diminuir aumentou o número de alunos que não aplicaram nenhuma estratégia (*tabela 12*). Já nos padrões de repetição verificou-se o aposto houve uma diminuição de alunos que não aplicaram nenhuma estratégia da tarefa nº1 para a tarefa nº2.

Numa fase inicial trabalhar individualmente com cada aluno constituiu uma dificuldade generalizada. Alguns alunos não participavam querendo passar-se por despercebidos, principalmente os alunos considerados mais fracos nas aulas de matemática e que por vezes copiavam as ideias de outros alunos. Em contrapartida, os bons alunos, principalmente aqueles que já sabiam ler e escrever, participavam arduamente, gostavam sempre de intervir e partilhar as suas ideias.

À medida que as tarefas foram sendo realizadas, principalmente a partir da tarefa nº1, os alunos começaram a participar de forma mais ativa. Apesar de se manifestar, ainda, algumas dificuldades exibidas ao nível da argumentação por parte dos alunos menos bons. A tarefa nº1 e a tarefa nº2 permitiu-lhes aumentar a confiança nas suas capacidades e envolver-se mais ativamente no processo de realizar os colares de repetição e de encontrar uma estratégia. Essa confiança diminuiu a partir do momento que se insere as tarefas nº3 e nº4 relativas aos padrões de crescimento. Houve também inicialmente dificuldades sobre como deveriam continuar o padrão, tendo um aluno, o Vasco, continuado por ordem decrescente o padrão de crescimento das árvores de natal.

A desconfiança e as dúvidas surgidas inicialmente, são devidas provavelmente, ao facto de não estarem habituados a este tipo de tarefas.

Verificou-se que o grupo se sentia familiarizados com os padrões de repetição, houve alunos que me abordaram na aula da tarefa nº1 a dizer que já tinham falado daquele tema no Pré-Escolar o mesmo não se sucedeu quando inseri os padrões de crescimento.

Nos procedimentos utilizados foram identificadas dificuldades ao nível da interpretação do que era pedido, como por exemplo, criarem padrões livres. Ao longo de todas as tarefas a maiores dificuldades que todos os alunos evidenciaram foi sempre exprimirem verbalmente o raciocínio utilizado para construírem e continuarem padrões, e alguns padrões que apresentavam serem de difícil interpretação. Na verdade, visto que estamos a falar de crianças do Pré-Escolar e crianças que acabam de ingressar no 1.º ano de escolaridade é normal que não tenham hábitos de comunicação Matemática e de explicação dos raciocínios, neste sentido, a falta destes requisitos poderão ter constituído aspetos limitadores na expansão de ideias. Em alguns casos, particularmente na tarefa nº4 os alunos que não adotaram nenhuma estratégia nos seus colares manifestaram muita insegurança na seleção do material quando haviam várias formas de começar um padrão, tendo dado um exemplo no início da aula que podiam ter tomado como modelo. Foram importantes aqueles momentos em que os alunos se dirigiam ao topo da sala para explicar como fizeram os colares partilhando assim com os colegas. Foi um fator bastante positivo para quem partilhava porque sentiam-se orgulhosos do seu colar bem como para quem estava do outro lado a ouvir.

Para finalizar podemos afirmar que algumas das dificuldades foram ultrapassadas no decurso deste estudo principalmente nos padrões de repetição ao qual diminui o número de alunos que não aplicaram nenhuma estratégia, o mesmo não se pode comprovar nos padrões de crescimento no qual houve um acréscimo de alunos que não aplicaram nenhuma estratégia da tarefa nº3 para a tarefa nº4. As dificuldades mais significativas prendem-se essencialmente, e em explicar verbalmente o raciocínio utilizado.

Capítulo 5 – Considerações finais

Este capítulo é constituído por duas partes. Na primeira salientamos as conclusões organizadas de acordo com as questões de investigação, terminando com uma reflexão final acerca do trabalho desenvolvido. Na segunda parte é feita uma reflexão sobre as implicações para a prática pessoal e profissional.

5.1 Conclusões do Estudo

O presente estudo teve como objetivo analisar as estratégias e as dificuldades dos alunos do Pré-Escolar e do 1.º ano relativamente à produção de padrões de repetição e de crescimento, mas também de compreender e analisar de que forma os alunos observam, produzem, descrever e continuam padrões e qual o raciocínio que adotam. O trabalho relativo aos padrões deve ser iniciado no Pré-Escolar, uma vez que contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico (OCEPE, 1997). Para além deste facto é importante salientar “o estudo dos padrões ajuda as crianças a ver relações, encontrar conexões estabelecer generalizações e a fazer conjecturas, para além de sustentar um tipo de pensamento matemático que ajuda as crianças a resolverem problemas e a pensar de forma abstrata” (Palhares e Mamede, 2002, p. 108, citando NCTM, 1991). Assim sendo, o papel dos educadores/professora é fundamental neste processo, logo, deve oferecer vários momentos de exploração de padrões.

Ao longo da investigação os objetivos pretendidos foram sempre tidos em consideração, simultaneamente procurava sustentar o estudo em modelos teóricos que alicerçam as temáticas a investigar.

A investigação supramencionada resultou de uma metodologia de investigação qualitativa, que possibilitou uma reflexão e compreensão relativamente à Prática Pedagógica em ambos os contextos com base na exploração de padrões de repetição e de crescimento bem como alcançar as respostas às questões de investigação.

Esta investigação, já referida anteriormente ocorreu em dois contextos distintos, no qual foram desenvolvidas intervenções didáticas com o intuito de perceber quais as

estratégias e dificuldades dos alunos na exploração de padrões. Uma intervenção decorreu no ano letivo 2014/2015, segundo semestre, no Pré-Escolar – Jardim de Infância, onde só recolhi uma tarefa e a outra no ano letivo 2015/2016, primeiro semestre, numa turma do 1.º Ciclo do Ensino Básico, mais propriamente no 1.º ano de escolaridade.

As tarefas propostas foram desafiadoras e motivadoras para a turma. Foram tarefas díspares de todas com que já se tinham relacionado. Estas tarefas envolveram atividades complexas, mas pertinentes e adaptadas ao nível de escolaridade dos alunos, oferecendo-lhes oportunidades para estimular o raciocínio e ainda experienciar o desenvolvimento da comunicação matemática. Como afirmam as NCTM (2000) é crucial que os alunos sejam estimulados a continuar, descrever, oralmente ou por escrita o que observam e elaboram para que desenvolvam a habilidade de comunicar e para que o professor e os seus colegas tenham acesso ao seu pensamento.

Assim, procurou-se conhecer as estratégias e as dificuldades dos alunos na exploração de padrões de repetição e padrões de crescimento.

Seguidamente procura-se dar resposta a cada uma das questões de investigação.

(I) Quais as estratégias dos alunos na resolução de tarefas com padrões?

Ao examinar os dados recolhidos durante a investigação em contexto Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico foi possível tirar conclusões no que alude às estratégias dos alunos na resolução de tarefas com padrões. Durante a fase de exploração das tarefas os alunos utilizaram várias estratégias de generalização, no entanto algumas dessas estratégias foram utilizadas de forma mais frequente que outras. A análise das resoluções apresentadas pelos alunos permitiu concluir que, as estratégias aplicadas com maior frequência foram a das diferenças finitas e a da contagem.

Borrvalho et al., (2006) referem que ao integrar e a explorar tarefas relacionadas com padrões, no currículo da Matemática escolar são essenciais tanto na abordagem à álgebra, como na base do pensamento pré-algébrico, nos primeiros anos de escolarização. Neste

estudo, a análise de estratégias passa pela exploração de padrões de repetição (Threlfall, 1999) e padrões de crescimento (Ponte, et al., 2009), sendo que nesta primeira questão pretendemos averiguar o tipo de estratégia que os alunos usam.

Orton e Orton (1999) mencionam que as estratégias podem ser atingidas por todos os alunos de todas as faixas etárias, mas os alunos mais velhos alcançam resultados mais satisfatórios.

Das estratégias tratadas na revisão de literatura a diferença finita foi a que predominou em todas as tarefas, baseado nas diferenças encontradas entre os diferentes termos do padrão para o descrever. A prevalência desta estratégia foi também documentada pelos autores Orton e Orton (1999) e traduz um entendimento recursivo do padrão. Nas tarefas do presente estudo, dado que a maioria das resoluções não exigia o cálculo de termos muito distantes do padrão, esta estratégia acabou por se revelar eficaz.

A estratégia da contagem foi a segunda estratégia a prevalecer, tendo em conta que os padrões explorados, principalmente a tarefa nº3 recorria ao uso de figuras, esta estratégia foi utilizada no cálculo dos termos mais próximo do padrão, visto que foi pedido aos alunos que desenvolvem-se apenas a figura 4, 5 e 6. Este tipo de estratégia fez com que o José e o Henrique, sobre a construção das mandalas, se baseassem numa lógica recursiva, dizendo que se acrescentava “o lado direito vai ficar igual ao lado esquerdo e o de baixo vai ficar igual do de cima. Vou colar só quatro folhas” e “vou colar primeiro esta folha (e apontou para a folha 1) depois meto igual deste lado (folha 2), agora meto igual em baixo (folha 3) e meto outra igual ao lado (folha 4)”.

Na elaboração da Mandalas houve crianças que, de início, reconheceram a existência de um motivo que se repetia. Como elas afirmavam “um lado é igual ao outro”. Neste âmbito, pode concluir-se que as crianças foram progressivamente, ao longo da tarefa, alterando as estratégias com o material, passando a reconhecer a existência de um motivo. Isto é, para além da estratégia da contagem as crianças também aludiram à estratégia das diferenças finitas, indo à procura do termo a seguir em função do anterior.

Nesta tarefa verificou-se uma generalização próxima, as mandalas foram facilmente elaboradas através do material que foi utilizado, e contando diretamente os seus elementos, usando assim como estratégia a contagem e as diferenças finitas.

Relativamente ao 1.º Ciclo do Ensino Básico, é possível constatar que em todas as tarefas os alunos evidenciaram estratégias idênticas na sua resolução. Na tarefa nº1 os alunos demonstraram consciência, desde o início, da existência de um motivo nos padrões de repetição, pois através do diálogo deu para reter muita informação e notou-se que estavam de todo familiarizados com o tema. O mesmo não se verificou na tarefa nº3 e na tarefa nº4 referentes aos padrões de crescimento. Não estavam familiarizados com esta temática, neste sentido tornou-se difícil para a turma aplicar as estratégias, visto que houve um número maior de alunos a não aplicar nenhum tipo de estratégia. Como afirma Barbosa (2009) citando Warren (2008) este facto pode ter ocorrido devido aos padrões de repetição salientarem-se numa sala de aula, principalmente do pré-escolar.

Na tarefa nº3 privilegiou-se a estratégia da contagem, devido à presença de figuras, os alunos recorriam sempre ao início das figuras para chegar ao termo que pretendiam o procedimento de quem recorreu a esta estratégia na tarefa nº1 também foi idêntico, os alunos enumeravam as figuras, construía as figuras consecutivamente para a contagem direta dos elementos pretendidos.

No que concerne ao nível de generalização do grupo, é visível que atingiram uma generalização próxima em todas as tarefas. As estratégias utilizadas, principalmente a das diferenças finitas, são muito úteis quando se trata da descoberta de termo seguinte no padrão, no entanto podem ser difíceis de aplicar a termos distantes e dificultar a generalização, para se aplicar a termos distantes seria necessária uma generalização distante, ou seja, a descoberta de uma expressão geral.

Do trabalho realizado pelos alunos verificamos que através da exploração de padrões, os alunos desenvolvem os seus saberes e experienciam a utilidade da matemática. Estas tarefas bem como o envolvimento das crianças com a matemática contribuem para o campo cognitivo e afetivo das mesmas pois desempenham um papel importante para que haja um maior sucesso na matemática (Alpastan & Erden, 2015).

(II) Quais foram as dificuldades sentidas pelos alunos na realização de padrões de repetição?

Ao analisar os dados recolhidos é possível retirar diversas conclusões no que diz respeito às dificuldades que as crianças sentiram na realização de padrões de repetição.

Relativamente à tarefa das Mandalas, no pré-escolar, evidencia-se a linguagem natural no primeiro contacto com a identificação do padrão, este facto pode dever-se à particularidade da tarefa. As crianças iniciaram a Mandala, seguidamente reproduziram-na para ficar simetria, como se ouvia de algumas crianças “Este lado tem que ficar igual àquele”, no entanto esta reprodução possibilita à criança a interiorização da estrutura da Mandala para posteriormente poderem continuar o padrão e até mesmo generalizar. Foi possível observar as crianças a verbalizarem o que iam fazer, enquanto manipulavam as folhas e flores, dizendo em voz alta à medida que os representavam, para facilitar a memorização e não quebrarem a estrutura que inicialmente definiram. Todavia, criar um padrão livre foi a maior dificuldade evidenciada. Poucas foram as crianças que conseguiram criar um padrão, as crianças que conseguiram foram as mais velhas (seis anos), as restantes reproduziram um padrão com elementos aleatórios, sem uma regra aparente.

Comparativamente na turma do 1.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, no que alude às dificuldades dos alunos na exploração de padrões de repetição, pode concluir-se que as dificuldades não são muito significativas. Entre a tarefa nº1 e a tarefa nº2, a que os alunos sentiram menos confiança foi na primeira, com toda a certeza por ser uma novidade, isto é, por ter sido a primeira vez que tinham contacto com esta temática de modo mais formal. Sentiram-se inseguros, pois como tinham a responsabilidade de criar um padrão não sabiam por onde começar. Selecionaram as imagens que pretendiam, para representar o padrão colocando por cima da linha antes de colar, pela ordem que iam utilizar, a partir daqui alteravam a escolha das imagens de acordo com a ordem dos termos do padrão que pretendiam. Foi um método muito bom e disciplinado de organização.

Em contrapartida sentiram-se já mais confiantes, após definirem a primeira classe, como eles diziam “Agora é sempre igual”. Como apontam Ponte et al., (2009) nem sempre é fácil, principalmente nos primeiros anos do ensino básico os alunos compreenderem a unidade que se repete, contudo, toda a regularidade tem como suporte o ritmo que, nestas idades, é o que permite continuar o padrão.

A turma sentia-se familiarizada com os padrões de repetição, referiam em vários momentos que no Pré-Escolar já tinham praticado atividades que englobavam padrões de repetição. Na tarefa nº2 não sentiram grandes dificuldades, já se sentiram mais confortáveis e confiantes.

A maior dificuldade evidenciada no geral foi, sem dúvida, expressarem verbalmente o raciocínio que tomaram para elaborarem os colares.

(III) Quais foram as dificuldades sentidas pelos alunos na realização de padrões de crescimento?

Ao efetuar uma análise transversal dos dados recolhidos no 1.º Ciclo do Ensino básico, no que respeita às dificuldades dos alunos na realização de padrões de crescimento, é possível retirar diversas conclusões. Nos padrões de crescimento, mais propriamente na tarefa nº3, envolvia continuar e completar o padrão de crescimento. Esta tarefa, tomada como introdutória, realçou-se as imagens, como refere Vale e Pimentel (2011) deve-se beneficiar de contextos visuais/figurativos com o intuito de facultar a evolução do pensamento matemático e explorar diferentes modos de generalização, pois este tipo de padrões por si só já são demasiado complexos e conduzem a algumas dificuldades na exploração feita pelos alunos. A maioria do grupo foi capaz de reconhecer a variação de um termo para o seguinte, com mais facilidade no exercício das Árvores de Natal em que havia constantemente o aumento de mais um elemento e com mais dificuldade no exercício dos Pais Natais, que por sua vez já envolvia um aumento de dois elementos. Estas crianças alcançaram a variação dos elementos e verbalizavam quantos acrescentavam de um termo para o seguinte, não surgindo a descoberta de uma regra, mas sim uma relação recursiva. Para isto colaborou a contagem do número de elementos de cada termo, simplificando assim a descoberta da variação. Também foram perceptíveis dificuldades pertencentes à

visualização. Como mencionado anteriormente, as crianças verbalizavam corretamente o seu raciocínio o que ocorria de um termo para o termo a seguir, no entanto nos registos havia contradição, este aspeto foi visível na tarefa nº3 do exercício dos Pais Natais.

Na tarefa nº4 – *Colares de crescimento com massas* – as dificuldades aumentaram. Foi difícil para a turma criar um padrão livre de crescimento. Nesta última tarefa constatou-se que o mais fácil para algumas crianças foi elaborar colares onde aumentassem constantemente, apenas, um elemento. No entanto, destacam-se algumas crianças, uma minoria, que fizeram colares que envolvesse mais do que um ou dois elementos.

5.1.1 Reflexão final

A linguagem natural esteve presente em todas as tarefas. Ao longo das intervenções insistiu-se, sempre, na explicação dos raciocínios, mas depararam-se com algumas dificuldades porque nem todas as crianças se conseguiram exprimir. Foi evidente a dificuldade dos alunos em expor os métodos de resolução oralmente. Os alunos revelaram constrangimentos ao nível da comunicação matemática, usualmente não expunham detalhadamente a forma como desempenhavam as tarefas.

Ao longo das intervenções e mesmo da Prática Pedagógica notava-se quais eram os alunos com maiores dificuldades, e estes apresentavam maiores constrangimentos ao nível da explicação do raciocínio. Contudo, estes alunos com dificuldades olhavam muito para o colega do lado para tentar reproduzir.

Os padrões de repetição facultaram, sem dúvida, menos dificuldades aos sujeitos. Estes compreenderam facilmente os enunciados dos padrões de repetição expostos e não demonstraram grandes complexidades na sua exploração, acontecimento que pode ser explicado por já terem tido práticas com padrões deste género no jardim-de-infância. Posso afirmar que os alunos tinham estas práticas no jardim-de-infância porque as crianças mencionaram na aula que a Educadora já tinha trabalhado com eles esta temática e a professora titular da turma já tinha facultado essa informação. Porém, os alunos sentiram mais dificuldade nos padrões de crescimento possivelmente porque estes padrões exigem

um grau de abstração que, em crianças desta idade, pode ainda não estar conseguido na íntegra. Como refere Barbosa (2009) citando Warren (2008) os padrões de crescimento poderão ser cognitivamente mais difíceis do que os de repetição. Estes tipos de padrões não tinham sido explorados no Pré-Escolar, as crianças não estavam de todo familiarizadas. As principais dificuldades observadas e sentidas pelas crianças na elaboração dos padrões de crescimento foi encontrarem o termo pretendido. Todavia, creio que esta dificuldade não seja preocupante, conversando com os sujeitos eles até conseguiam identificar a sua própria regra. Na exploração de ambos os padrões as crianças tiveram noção do ritmo e aplicaram uma lógica recursiva, que fez com que não chegassem a uma fórmula do padrão, logo usufruíram destes pensamentos recursivos, impediu-as de alcançarem uma expressão geral, isto é, estão afastadas da generalização distante. Um ponto importante a realçar foram os momentos em que os alunos se dirigiam ao centro da sala para explicarem como fizeram o padrão bem como o raciocínio que adotaram, contribuindo assim para um aumento da capacidade de argumentação. Mason, et al., (1985) defendem que o pensamento matemático é provocado pelo impulso, pela contradição, pela surpresa e principalmente pela perceção de falhas na compreensão. Os momentos de partilha, bem como os momentos de trabalho autónomo foram sempre positivos, a turma estava harmoniosamente bem e feliz com o que estavam a desenvolver. Como alude Svensson (2015) as emoções têm um papel importante na matemática e a afetividade é a chave para uma aprendizagem eficaz da mesma.

Durante as implementações, sinto que houve alturas em que se dissiparam algumas ideias importantes. O que me leva a averiguar esta situação foi nem sempre ter sido possível recorrer ao áudio das aulas e também pela fraca qualidade dos registos áudio que possuo, bem como os dados fornecidos por este método não ter acrescentado muito àquilo que se verificou nas produções dos alunos bem como as questões que iam sendo colocadas ao longo e após as intervenções. Na verdade, o tempo foi escasso e se houvesse mais tempo talvez tivesse dado para realizar entrevistas individuais aos alunos, no sentido de melhor compreender os seus raciocínios e resoluções das tarefas.

5.2 Implicações para a prática pessoal e profissional

Ensinar matemática é uma atividade complexa, bem como um enorme desafio. Não existe uma norma para os alunos a aprenderem ou para os professores a lecionarem com rigor e eficácia, devido à heterogeneidade das turmas. Mas, como a Matemática com as crianças tem sido estudada há décadas existem variadas formas de a ensinar que parecem ser mais apropriadas (Alpaslan & Erden 2015). Ao longo da prática profissional estas variadas formas têm que ser tidas em conta. Para tal, os professores têm que ser matematicamente competentes na realização de uma tarefa, para tal têm que ter os conhecimentos necessários e o mais importante ter a disposição para os fazer efetivamente e afetivamente. Com a implementação destas tarefas o objetivo principal era que os alunos fossem capazes de explorar padrões pelo que deviam por em prática estratégias, posteriormente discutir os seus resultados e ideias matemáticas. Foi uma etapa longa, desde o Pré-Escolar até ao 1.º Ciclo do Ensino Básico, surgiram vários momentos de reflexão acerca de todo o trabalho e muitas foram às dificuldades encontradas no que toca à busca pela articulação entre teoria e prática, pois, mesmo tendo conhecimentos teóricos e um objetivo de inovar em sala de aula, acabei, inevitavelmente, por deparar-me com uma série de dificuldades. Entre o Pré-Escolar e o 1.º Ciclo do Ensino Básico senti mais dificuldade de adaptação no 1.º Ciclo do Ensino Básico, é uma rotina completamente diferente do Pré-Escolar. Há conteúdos a seguir, horas a cumprir à risca e foi difícil conseguir conciliar visto que foi a primeira vez que houve convivência com esta realidade.

Analisados e interpretados os dados é, neste momento, importante refletir sobre todo o trabalho desenvolvido, no qual se ajusta, também, uma análise do progresso enquanto pessoa e profissional de educação. Assim, foram momentos gratificantes ter sido possível realizar este estudo com alunos que me fizeram sentir o que é ser educadora e professora e, espera-se, esperançosamente, que os faça ter desejo de aprender. A aprendizagem pela descoberta foi motivadora para os alunos tendo proporcionado uma visão díspar do ensino da matemática, distanciando-se, um pouco, das regras de uma aula tradicional.

Contudo fiquei consciente do quanto é importante a postura de um profissional de educação. É fundamental atingir uma grande capacidade de compreensão, análise e reflexão acerca das situações vividas nos contextos, de maneira a proporcionar aos alunos um grande leque de experiências ricas e geradoras de aprendizagens. É uma grande responsabilidade porque cada criança é diferente, apresenta capacidades, necessidades, interesses específicos diferentes um do outro. Ao longo destas experiências da prática pedagógica constatei que a aprendizagem só permite a aquisição de conhecimentos se forem enriquecedoras, desafiantes, significativas, e se existir o conhecimento e a compreensão das dificuldades vividas e a reflexão sobre essas dificuldades. Através destes aspetos foi viável desenvolver a Prática Pedagógica, aplicando estratégias de ensino que possibilitassem uma “aventura” com os padrões partindo de situações do quotidiano dos alunos. Essa “aventura” foi carregada de afeto e companheirismo, estabelecendo uma relação de amizade com todas as crianças. O ser amiga e ter relações próximas com os alunos origina um ambiente acolhedor e favorável para que haja um maior sucesso na matemática, de acordo com Alpaslan e Erden (2015) que privilegiam este ambiente acolhedor. Estes autores afirmam que trabalhar com a matemática nestes primeiros anos contribui para o campo cognitivo e afetivo dos alunos. O que valorizo, desde sempre, e valorizei ainda mais ao longo deste estudo foi o contato, o afeto, a atenção, a dedicação que um professor dá e tem que dar aos seus alunos. Para além de ensinar é importante que se veja a satisfação pessoal de todas as crianças em todos os parâmetros, ou seja, um nível de bem-estar elevado. É essencial ter sempre em atenção o ponto de vista da criança, todo o seu potencial, sentimentos, emoções... e nestas idades é importante verificar e estar atento em como as crianças se desenvolvem cognitivamente se tiverem no contexto favorável. É muito importante, deixar as crianças livres, aprenderem a ser autónomas a resolver os seus conflitos. Deve existir em todos os contextos um ensino com qualidade onde todas as crianças podem experienciar um nível de bem-estar elevado. Se houver um nível de bem-estar elevado está-se a proceder bem no que se relaciona com o desenvolvimento, a criança vai envolver-se e a nível emocional as crianças estão no caminho certo. É por isso que se deve ter especial atenção ao ambiente, onde se encontram, pois, todas as crianças interagem bastante com o que as rodeia e se houver um ambiente estimulante, torna-se satisfatório e positivo para todos.

Não podemos ter na sala de aula alunos “obrigados” a aprender. Temos que ser cuidadosos porque os alunos encontram-se em diferentes patamares de desenvolvimento, de responsabilidade, de autonomia, pelo que o professor deverá ter em atenção o tipo de estratégias a utilizar. Infelizmente, o número de alunos por sala é exorbitante, como foi o caso de um dos contextos deste estudo, um professor para vinte e sete alunos um deles com Necessidades Educativas Especiais. É necessário, a meu ver, mais profissionais de ensino numa sala de aula para que se possa acompanhar todas as crianças.

Este estudo levou a questionar, problematizar e a refletir sobre todo o trabalho e sobre as situações surgidas nos contextos. Todos os dias quando saía do contexto surgiam incertezas se estive bem, se não falhou nada e por vezes até dúvidas se pretendia ser professora. Ter uma amiga com quem partilhar todos estes momentos e outros mais foi essencial. O trabalho em díade, fez todo o sentido pela possibilidade de poder partilhar os problemas sentidos que inevitavelmente surgiram ao longo do percurso, e pelo desenvolvimento de competências interpessoais e de práticas colaborativas. Foi crucial o apoio da minha amiga Ana Rita, temos uma relação forte de amizade para além de sermos colegas de curso, logo este trabalho em equipa foi um grande apoio para poder partilhar todos os momentos de ansiedade e insegurança.

Ao refletir ponderadamente, acerca do trabalho realizado ao longo da Prática, refiro a importância de trabalhar explorando os padrões como grande originador do desenvolvimento do pensamento algébrico, desde o Pré-Escolar (Pré-álgebra). É desde esta faixa etária que é fundamental desenvolver com as crianças/alunos, um trabalho gradual com o intuito de desenvolver aprendizagens, conhecimentos e conceitos matemáticos, que pode levar a uma imagem otimista da Matemática. Ao longo da Prática foi sempre esse o meu interesse, proporcionar aos grupos variadas situações lúdicas e com conteúdo sobre a exploração de padrões. Ao longo das intervenções tornou-se visível observar o entusiasmo dos alunos o que leva a reter que os alunos foram criando uma imagem positiva da Matemática. As tarefas apresentadas facultaram momentos de partilha de conhecimentos, de trabalho cooperativo, de comunicação e de discussão acerca dos produtos finais. É essencial criar oportunidades para que os alunos argumentem e comuniquem os seus raciocínios, ideias e dificuldades.

Resumidamente, garanto que esta investigação em torno da exploração dos padrões foi crucial para a minha perceção e compreensão sobre tal temática bem como as implicações positivas que este trabalho poderá ter desde o Pré-Escolar nas aprendizagens futuras dos alunos. Assim, durante a elaboração deste relatório foi bastante benéfico a revisão efetuada da literatura e com a análise e interpretação dos dados. A fundamentação teórica centra-se em autores que me fizeram aprender sobre quanto os padrões são essenciais no quotidiano e a importância de os explorar desde cedo como o contributo dos professores para auxílio desta aprendizagem. É de realçar o quanto foi importante a reflexão ao longo da realização deste trabalho. A reflexão acompanhou-me em todos os momentos durante a realização deste trabalho, nos momentos de intervenção, na tomada de decisões e na análise de todo o trabalho realizado. Ao “olhar para trás” apercebo-me de algumas lacunas cometidas. Como por exemplo, ao analisar o trabalho e as respostas dos alunos verifico que tive dificuldades nas interpretações de alguns trabalhos. Mas é com estas falhas, que este trabalho contribuiu para estar mais atenta a certos pormenores bem como para a minha capacidade de observação e reflexão.

No final desta etapa arrisco-me a dizer que possuo novos olhos, mais sensíveis, mais atentos e mais críticos perante uma atividade profissional complexa e rica em incertezas.

Sinto que a prática pedagógica, relativamente a este ano, é uma simples gota de água num enorme oceano, ainda há muito a percorrer para o meu crescimento profissional.

Trabalhar com crianças dá um grau de satisfação enorme. Elas transmitem-nos alegria, bem-estar, paz, amor, serenidade, tudo o que há de bom e do melhor. Como futura educadora/professora irei sempre contribuir para o desenvolvimento de cada criança e o meu dever é conseguir fazer isto da melhor forma. É gratificante, muito compensador saber que contribuímos para que se tornem pessoas melhores.

A intensidade de emoções e sentimentos provocados no decorrer deste último ano nos dois contextos foram enormes. Jamais esquecerei esta experiência bem como todas as pessoas que me acompanharam e apoiaram no dia-a-dia enquanto pessoa e futura profissional. A fasquia não para de subir, as exigências são cada vez maiores e é com consciência das minhas virtudes e das minhas lacunas enquanto futura profissional que continuarei transpondo as elevadas fasquias da profissão.

É mais que óbvio que a construção não para aqui, continuarei aperfeiçoando o meu processo de investigação/ação/reflexão numa interação permanente.

Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: ME/DEB.
- Alpaslan, Z., & Erder, F. (2015). The status of early childhood mathematics education research in the last decade. Bulent Ecevit University Middle East Technical University.
- Alvarenga, D. & Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão. Um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante*, XV.1, p.27-55
- Arnell, Sofie. (2015). Preschool children's engagement in Mathematical activities. Department of Behavioural Sciences and Learning, Linkoping University, Sweden.
- Barbosa, A. (2009) A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do Ensino Básico. Dissertação de Doutoramento: Universidade do Minho
- Barbosa, A., Vale, I., & Palhares, P. (2009). Exploring generalization with visual patterns: Tasks developed with pre-algebra students. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática* (pp. 137 – 149). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Barros, M, G. & Palhares, P. (2001). *Emergência da Matemática no Jardim-de-Infância*. Porto: Porto Editora
- Borrvalho, A., Cabrita, I., Palhares, P. e Vale, I. (2006). Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), *Números e Álgebra* (pp. 193-211). Lisboa: SEM-SPCE.
- Bogdan, R.; Biklen, S. (1994). Características da investigação qualitativa. In: *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto, Porto Editora.
- Bogdan, R.; Taylor, S.(1986). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación: La búsqueda de significados*. Buenos Aires. Editorial Paidós
- Coll, C. (1996). *Psicología e Currículo*. São Paulo, Brasil: Ática.

Coutinho, Clara (2008). A qualidade da investigação educativa de natureza qualitativa: questões relativas à fidelidade e validade. *Educação Unisinos*, Volume 12 nº1

Devlin, K. (2002). *Matemática a ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora. Lda.

Groenwald, Claudia., & Nunes, Giovanni. (2007). Currículo de Matemática no ensino básico: a importância do desenvolvimento dos pensamentos de alto nível. *Revista latino americana de investigação em matemática educativa*, Vol.10, nº1.

Lannin, J. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258.

Luís, A., Bártolo, F., & Serrazina, N. (1996). Padrões no 1.º Ciclo para quê? *Revista Educação Matemática*, nº40, 4º Trimestre

Matos, J. M & Serrazina, M. L (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1985). *Thinking Mathematically*. Bristol: Addison-Wesley.

Mesquita-Pires, C. (2010). A investigação-acção como suporte ao desenvolvimento profissional docente. *EDUSER: Revista de educação*, 2 (2), 66-83.

Ministério da Educação (1997). *Orientações curriculares para a educação pré-escolar*. Lisboa: Departamento da Educação Básica.

Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Lisboa: ME-DEB.

Ministério da Educação (2004). *Organização Curricular e Programas Ensino Básico – 1.º Ciclo*. Lisboa: ME-DEB.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME - DGIDC

Ministério da Educação (2016). *Orientações curriculares para a educação pré-escolar*. Lisboa: Departamento da Educação Básica.

Moreira, D. e Oliveira, I. (2003). Iniciação à Matemática no Jardim de Infância. Lisboa: Universidade Aberta.

Moreira, D. e Oliveira, I. (2003). Padrões e Regularidades. (pp. 1-4)

National Council of Teachers of Mathematics (1991). Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar. Lisboa: APM/IIE.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Normas para a avaliação em matemática escolar. Lisboa: APM

Orton, A., & Orton, J. (1999). Pattern and approach to Algebra. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 104-124). Londres: Cassel.

Orton, A. (2005). Children's Perception of Patterns in Relation to Shape. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*, pp.149-167. London: Cassell.

Palhares, P. e Mamede, E. (2002). Os padrões na matemática do pré-escolar. *Educare Educere*, 10,107-123.

Palhares, P. (2004). Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico. Lisboa: Lidel – Edições Técnicas

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). Matemática nos primeiros anos. Tarefas e desafios para a sala de aula. Lisboa: Texto editores

Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). Didática da Matemática do 1.ºCiclo. Lisboa: Universidade Aberta

Ponte, J. P., Matos, A., & Branco, N. (2009). Álgebra no Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(1), 83-96.

Rodrigues, M., Cordeiro, M., & Serra, P. (2015). The role of the structure in Early Mathematics. Learning: Research with children aged four. *Escola Superior Educação*,

Instituto Politécnico de Lisboa, Associação infantil e Juvenil “O nosso recreio”, Externato “O Poeta”.

Rodrigues, Joana Libório (2014). Das Sequências de Crescimento ao Conceito de Função: uma experiência com alunos do 7.º Ano. (Relatório de Estágio). Universidade de Aveiro.

Saebbe, Per – Einar., & Mosvold Reidar (2015). Asking Productive Mathematical questions in Kindergarten. University of Stavanger, Norway.

Sousa, A. (2005). *Investigação em educação*. Lisboa: Livros Horizonte

Stacey, Kay. (1989). Finding and Using Patterns in Linear Generalizing Problems. *Educational Studies in Mathematics*, n. 20(2), p. 147-164.

Svensson, C. (2015). Preschool teachers understanding of playing a mathematical activity. Malmö University, Sweden.

Tall, David. (1992). The transition from arithmetic to algebra: Number Patterns, or Proceptual Programming? Research Workshop on Mathematics Teaching and Learning “From Numeracy to Algebra” Brisbane, Australia. September, 1992.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the primary years. In A. Orton (Ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics* (pp. 18-30). London: Cassell.

Vale, Isabel (2004) Algumas notas sobre Investigação Qualitativa em Educação Matemática, O Estudo de Caso. *Revista da Escola Superior de Educação*, vol.5. Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, 171-202.

Vale, I., & Pimentel, T. (2005). *Padrões: um tema transversal no currículo*. Educação e Matemática, (pp. 14-20). Nº 85.

Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I. & Borralho, A. (2006). Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. In Isabel Vale, Teresa Pimentel, Ana Barbosa, Lina Fonseca, Leonor Santos & Paula Canavarro (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação*

de professores, pp. 193-211. Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Vale, I., Barbosa, A., Fonseca, L., Pimentel, T., Borralho, A., & Cabrita, I. (2008). Padrões no currículo de Matemática: presente e futuro. In R. González, B. Alfonso, M. Machín, L. Nieto (Org.), *Investigación en Educación* (pp.477-493). Badajoz: SEIEM, SPCE, APM.

Vale, I., & Pimentel, T. (2009a). Visual pattern tasks with elementary teachers and students: A didactical experience. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática* (pp. 151 – 162). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Vale, I., & Pimentel, T. (2009b). Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática. Propostas curriculares para o ensino básico. Edição: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projeto Padrões

Vale e Pimentel. (2011). *Padrões em Matemática: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o Ensino Básico*. Lisboa: Texto Editora.

Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de Matemática: Um desafio para professores e alunos. *Interações*, 20, 181-207.

Vale, I. (2013). Padrões em contextos figurativos: Um caminho para a generalização em matemática. *Revemat*, 8(2), 64-81.

Vale, I. & Pimentel, T. (2013). O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 98–124

Warren, E. (2000). Visualisation and the development of early understanding in algebra. In M. Heuvel-Penhuizen (Ed.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.4, pp.273-280). Hiroshima: International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Yin, Robert K. (2001) Estudo de caso: planejamento e métodos. / Robert K. Yin; Trad. Daniel Grassi – 2ª Ed. – Porto Alegre: Bookman.

Anexos

Anexo 1 – Registos do diário de bordo

